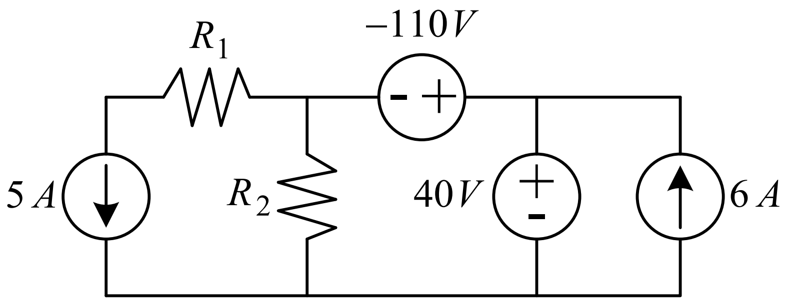
Question 1

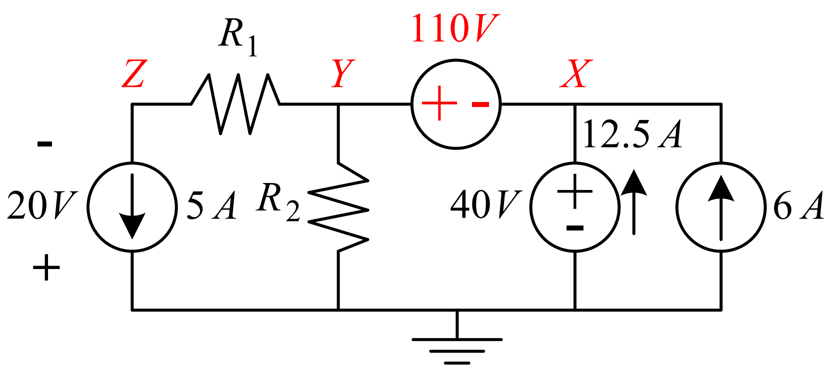
圖 1 電路中，5A 電流源提供 100W、40V 電壓源提供 500W，試求解電阻 R_1 和 R_2 之值。



Sol:

5A 電流源：$100W/5A = 20V$

40V 電壓源：$500W/40V = 12.5A$



將原題目所給之-110V 電壓源其電壓方向改寫

=>節點 Y 之電壓值較節點 X 高 110V，節點 Y＝150V。

=> $X = 40\,(volt)$, $Y = 150\,(volt)$, $Z = -20\,(volt)$

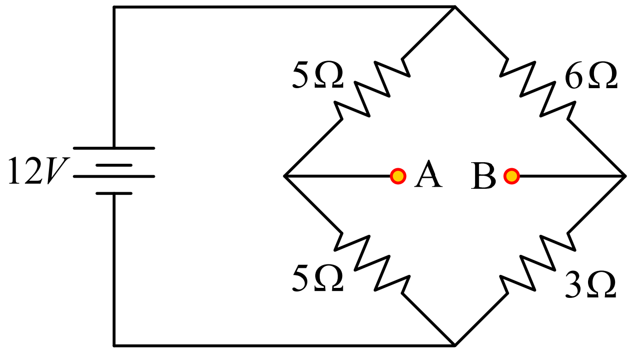
R_1 電組之電流為 5A、其跨壓為 $Y - Z = 170\,(volt)$ => $\boxed{R_1 = 170/5 = 34\Omega}$

由 Y 節點之 KCL 定律可知，$I_{R2} + 5 = 12.5 + 6 = 18.5 \Rightarrow I_{R2} = 13.5A$

=> $\boxed{R_2 = 150/13.5 = 100/9\Omega}$

Question 2

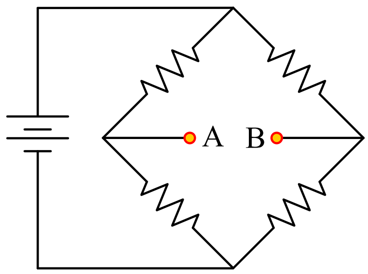
圖 2 電路中，試求從 A、B 端點看入之諾頓等效電路電流源 I_N 及等效電阻 R_{eq}。

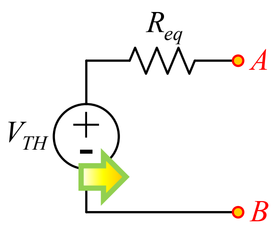


Sol:

$V_{TH} = R_{eq} \times I_N$

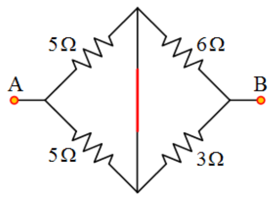
可先求解戴維寧等效電壓 V_{TH}，進而求解諾頓等效電流源 I_N。





求解等效電阻 R_{eq}　移除電流源：不提供電流，斷路

移除電壓源：不提供電壓降或電壓升，短路



=> $\boxed{R_{eq} = (5 \parallel 5) + (6 \parallel 3) = 4.5\Omega}$

求解等效電壓源 V_{TH}，即原電路圖中 A、B 兩點之電壓差。

節點 A 電壓：$V_A = 12 \times \dfrac{5}{5+5} = 6V$

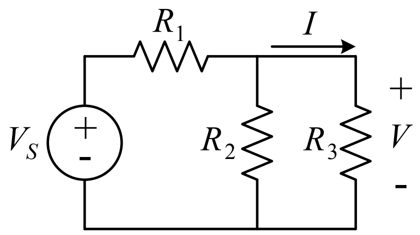
節點 B 電壓：$V_B = 12 \times \dfrac{3}{6+3} = 4V$

戴維寧等效電壓源 $V_{TH} = V_A - V_B = 2V$

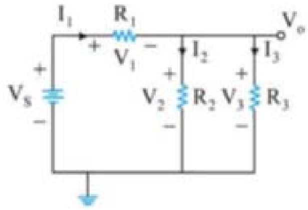
因此可求得諾頓等效電流源 $\boxed{I_N = \dfrac{V_{TH}}{R_{eq}} = \dfrac{2}{4.5} = \dfrac{4}{9}A}$

Question 3

3. 若圖 3 中之電源電壓及所有電阻值已知，試以V_S、R_1、R_2及R_3表示流經R_3之電流及電壓。



Sol.



首先由 KVL 得到以下關係式：

$$V_S = V_1 + V_2$$

$$V_2 = V_3$$

另外由 KCL 得到：

$$I_1 = I_2 + I_3$$

因此可得到：

$$V_S = V_1 + V_2 = I_1R_1 + I_2R_2$$

$$V_2 = V_3 \quad \Rightarrow \quad I_2R_2 = I_3R_3 \quad \Rightarrow \quad I_3 = \frac{R_2}{R_3} I_2$$

另一方面，由 KCL 得到：

$$I_1 = I_2 + I_3 = (1 + \frac{R_2}{R_3}) I_2$$

利用以上結果，我們可以得到：

$$V_S = I_1R_1 + I_2R_2 = (R_1 + \frac{R_1R_2}{R_3} + R_2) I_2$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{V_SR_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

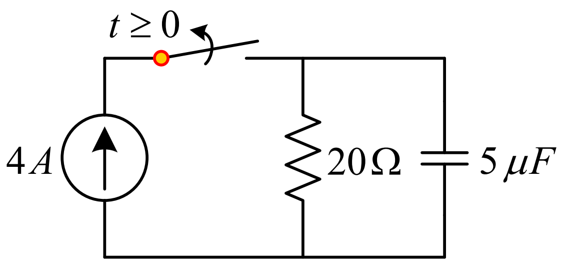
最後，I_3 和 V_3 分別為：

$$I_3 = \frac{R_2}{R_3} I_2 = \frac{V_SR_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

$$V_3 = I_3 \cdot R_3 = V_S \cdot \frac{R_2R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

Question 4

圖 4 中之 RC 電路，當 t>0 時開關打開(即不接通)，試求解 t>0 時 5μF 電容元件之跨電壓值表示式。



Sol:

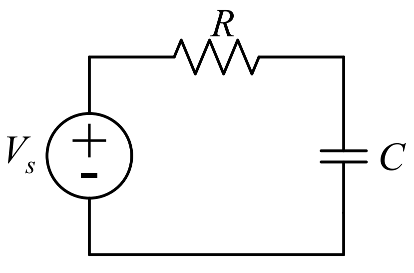
標準 RC 直流電路，當 t>0 時，電容元件的跨電壓必可表示成下列形式:

$$v_C(t) = A + Be^{-t/\tau}$$

A：t→∞時之跨電壓大小(終值定理)，即 $A = \dfrac{V_s(t\to\infty)}{R}$

(A+B)：t=0 時之跨電壓大小(初值定理)

τ：此電路的時間常數，即 $\tau = RC$。



因此原題目中之 RC 電路可先化簡至標準形式，進而套用終值、初值定理及時間常數的概念，求解題目所要求之電容元件跨電壓值。

Step 1.

終值定理：由解答 1 中 Step 5 的說明內容可知，$v_C(\infty) = 0 = A$

Step 2.

初值定理：由解答 1 中 Step 6 的說明內容可知，$v_C(0) = 80 = A + B$

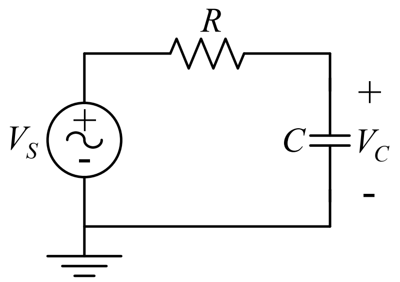
Step 3.

將原 RC 電路圖與標準形式比較，可知 $\tau = RC = 20\times 5\times 10^{-6} = 10^{-4}$

因此 $\boxed{v_C(t) = A + Be^{-t/\tau} = 80e^{-10000t}}$

Question 5

5. 圖 5 電路中，$V_S = 10\,\text{volt}$ 、 $R = 10\,\text{K}\Omega$ 、 $C = 0.1\,\mu\text{F}$ ，若 $t = 0$ 時開關閉合、電容開始充電，且電容初始電壓值 $V_C = 6\,\text{volt}$ ，試計算電容充電至 $9\,\text{volt}$ 所需的時間。



Sol:

$V_S - V_R - V_c = 0 \quad V_s - iR - \frac{q}{C} = 0 \;\; iR + \frac{q}{C} = Vs \qquad (1)$

對電流而言，是單位時間電量的變化量 $i = \frac{dq}{dt}$ *(2)*

將(1)兩端對時間取微分，將(2)帶入整理 $\frac{di}{i} = -\frac{dt}{RC}$

等式兩邊積分 $\int \frac{di}{i} = \int -\frac{dt}{Rc} \qquad i = Ae^{-\frac{t}{RC}}$

當 t=0 時，$i = \frac{Vs}{R}$ ，$A = \frac{Vs}{R} \;\; i = \frac{Vs}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$

又$i = \frac{dq}{dt} \;\; dq = \frac{Vs}{R} e^{-\frac{t}{RC}} dt$

對等式兩邊積分 $q = CVs\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \qquad Vc = \frac{q}{C} = Vs\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

$Vc = \frac{q}{C} = Vs\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

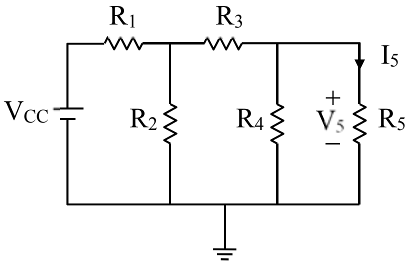
$6 = 10\left(1 - e^{-\frac{t}{10^{-3}}}\right) \quad t = 0.916msec$

$9 = 10\left(1 - e^{-\frac{t}{10^{-3}}}\right) \quad t = 2.303msec$

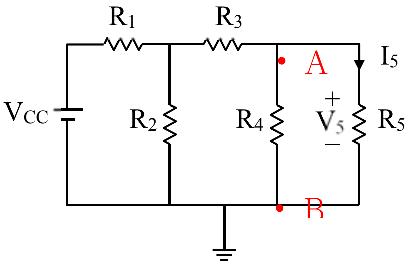
Ans=2.303-0.916=1.387msec

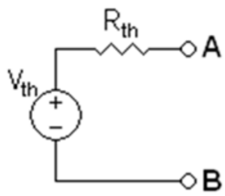
Question 6

圖 6 電路中，試利用戴維寧等效電路法求解電阻 R_5 之跨電壓 V_5 及流通電流 I_5，其中 $V_{cc} = 15\,\text{volt}$ 、 $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 100\Omega$ 。



Sol:





先將 R5 視為斷路，由分壓定律得到:

$$V_{th} = V_{CC} \cdot \frac{R_2 // (R_3 + R_4)}{R_1 + [R_2 // (R_3 + R_4)]} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 3V$$

將 Vcc 接地得到等效電阻為:

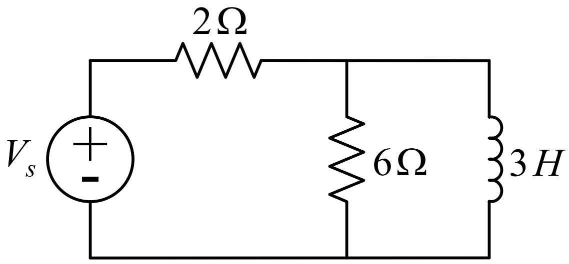
$$R_{th} = R_4 // [R_3 + (R_1 // R_2)]$$

$$=> V_5 = V_{eq} \cdot \frac{R_5}{R_{eq} + R_5} = \frac{15}{8} V$$

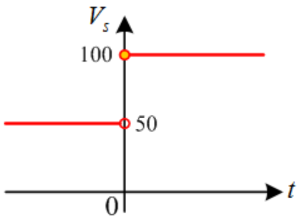
$$I_5 = \frac{V_{eq}}{R_{eq} + R_5} = \frac{3}{160} A$$

Question 7

圖 7 中之 RL 電路，若 $V_s = \begin{cases} 50 \text{ , } if \ t < 0 \\ 100 \text{ , } if \ t \geq 0 \end{cases}$，試求解 t>0 時流過 3$H$ 電感之電流值表示式。



Sol:



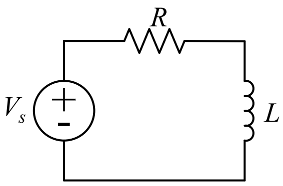
標準 RL 直流電路可知，當 t>0 時，通過電感元件的電流可表示成下列形式:

$i_L(t) = A + Be^{-t/\tau}$

A：t→∞時之電流大小(終值定理)，即 $A = \dfrac{V_s(t \to \infty)}{R}$

(A+B)：t=0 時之電流大小(初值定理)

τ：此電路的時間常數，即 $\tau = \dfrac{L}{R}$。



原題目中之 RL 電路可先化簡至標準形式，進而套用終值、初值定理及時間常數的概念，求解題目所要求之通過電感元件電流值。

終值定理：由解答 1 中 Step 5 的說明內容可知，$i(\infty) = 50 = A$

初值定理：由解答 1 中 Step 6 的說明內容可知，$i(0) = 25 = A + B$

將原 RL 電路圖與標準形式比較，可知 $\tau = \dfrac{L}{R} = \dfrac{3}{(2 \| 6)} = 2$

因此 $\boxed{i_L(t) = A + Be^{-t/\tau} = 50 - 25e^{-t/2}}$

Question 8

8. 圖 8 中之 RL 電路，試求解 t>0 時流過 15Ω電阻元件的電流值表示式。

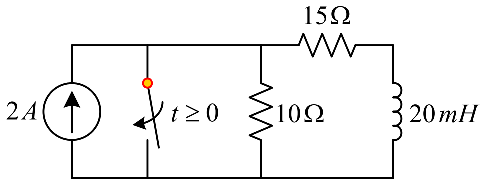


圖 8

Sol.

當 t<0、開關打開(即未接通)

輸入源為一 DC 電流源，

因此通過電感元件的電流將維持一定值並呈現短路

因此可得:

通過電感之電流　$i_L = 2 \times \frac{10}{10+15} = 0.8A$

當$t \geq 0$、開關關閉(即接通)時，此時電流源元件因為開關短路路徑可被視作移除化簡為標準 RL 電路，因此通過電感元件的電流可表示為

$i_L = K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}}$

終值定理：$i_L(\infty) = 0 = K_1$(電感所儲存能量釋放殆盡)

初值定理： $i_L(0) = 0.8A = K_1 + K_2$

由上述 2 式可求解得知， $K_1 = 0$、$K_2 = 0.8$

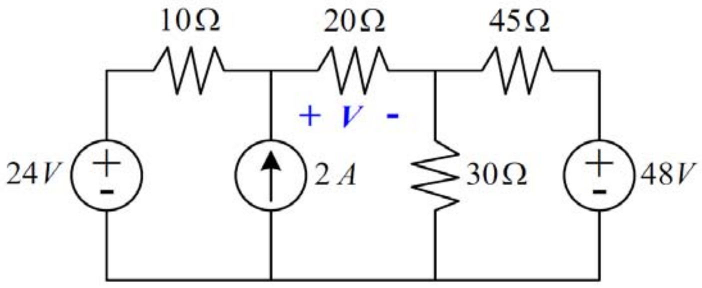
將原 RL 電路圖與標準形式比較，可知 $\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.02}{15}$

由於通過 15Ω 電阻元件之電流即通過 20mH 電感元件的電流，

因此$i_L = 0.8e^{-750t}(A)$，$t \geq 0$

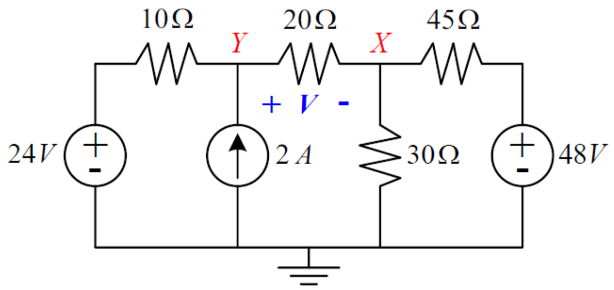
Question 9

試求解下列電路圖中之電壓訊號 V。



Sol:

Step1.



V=Y-X

Step2.

NodeX: (假設 A 節點之電流皆為流出)

$$\frac{X-Y}{20}+\frac{X-0}{30}+\frac{(X-48)}{45}=0$$

NodeY: (假設 A 節點之電流皆為流出)

$$\frac{Y-X}{20}+\frac{(Y-24)}{10}=2$$

Step3.

$$19X-9Y=192$$

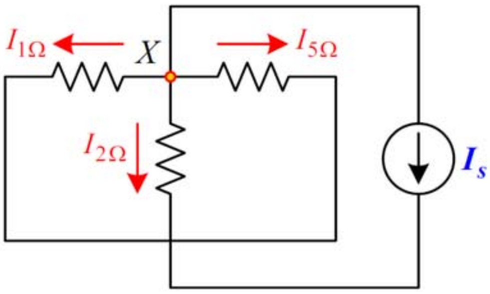
$$X-3Y=-88$$

$$=> X=28.5V \quad Y=38.83V$$

$$V=38.83-28.5=10.33V$$

Question 10

若電路中 1Ω 電阻之跨電壓V = 6V ，試求解電壓源 Is 之值。



Step1.

$$\mathrm{I}_{1\Omega} = \frac{6}{1} = 6A \quad I_{2\Omega} = \frac{6}{2} = 3A \quad I_{5\Omega} = 1.2A$$

Step2.

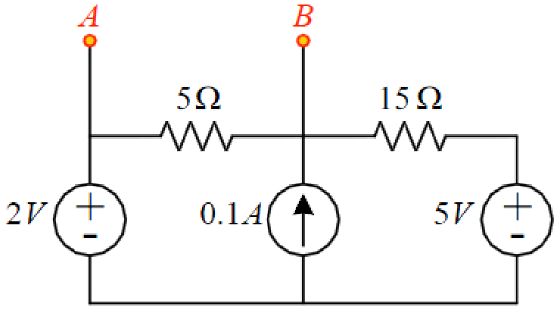
由節點 X 之 KCL 定律可知，

$$\mathrm{I_S} + \mathrm{I}_{1\Omega} + I_{2\Omega} + I_{5\Omega} = 0$$

$$\mathrm{I_S} = -10.2\ A$$

Question 11

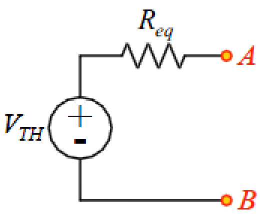
求解下列電路圖中，從 A、B 端看入之等效戴維寧電路之V_{TH}及R_{eq}。



Sol：

Step1.

戴維寧等效電路：戴維寧等效電壓源V_{TH}、等效電阻R_{eq}



Step2.

求解等效電阻R_{eq}，移除電源元件(電流源、電壓源)

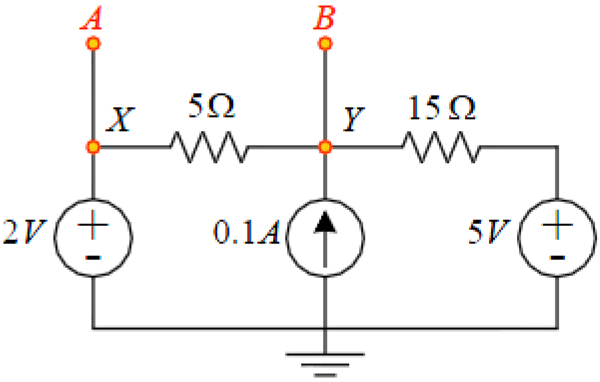
$\boxed{R_{eq} = 5 \| 15 = 3.75\boldsymbol{\Omega}}$

Step3.

Note Y：

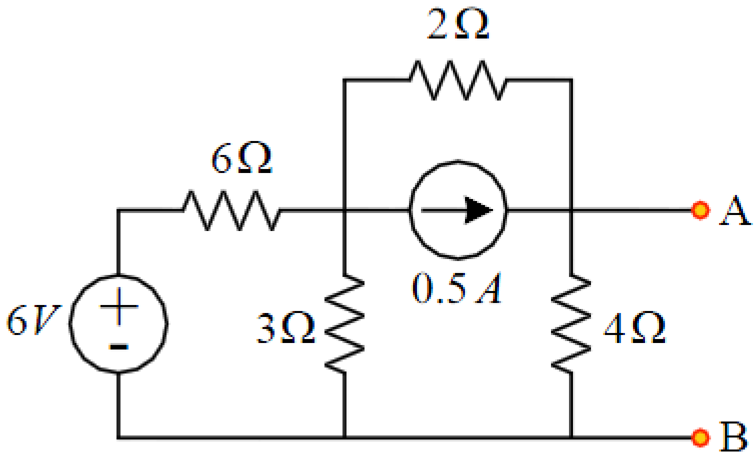
$$\frac{Y-X}{5} + \frac{Y-5}{15} = 0.1 \rightarrow \mathrm{Y} = 3.125\ \mathrm{V}$$

$\boxed{V_{TH} = V_A - V_B = X - Y = -1.125\ V}$



Question 12

求解下列電路圖中，從 A、B 端點看入之諾頓等效電路I_N及R_{eq}。



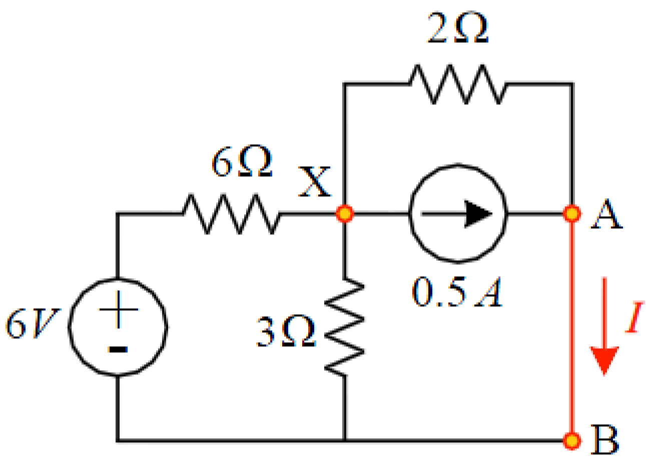
Sol：

Step1. 求解等效電組R_{eq}，移除電源元件(電流源、電壓源)

$\boxed{R_{eq} = [(6\|3) + 2]\|4 = 2\boldsymbol{\Omega}}$

Step2.

求解等效電流源I_N，即原電路圖中 A、B 兩點短路後所流通之電流。



由節點 X 之 KCL 定律可知，

$$\frac{V_X - 6}{6} + \frac{V_X - V_A}{2} + \frac{V_X - 0}{3} + 0.5 = 0$$

由節點 A 之 KCL 定律可知，

$$\frac{V_A - V_X}{2} + I - 0.5 = 0$$

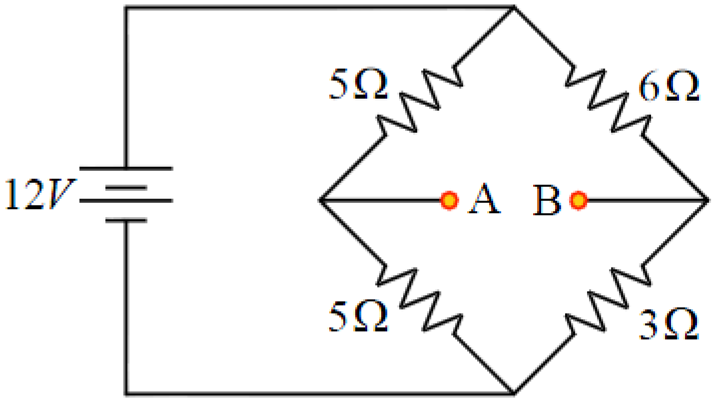
由 A、B 兩點為短路及 B 點為接地參考點可知，

$V_A = V_B = 0$

因此可求得，$V_X = 0.5V$、$\boxed{I_N = I = 0.75A}$

Question 13

求解下列電路圖中，從 A、B 看入之諾頓等效電路I_N及R_{eq}。

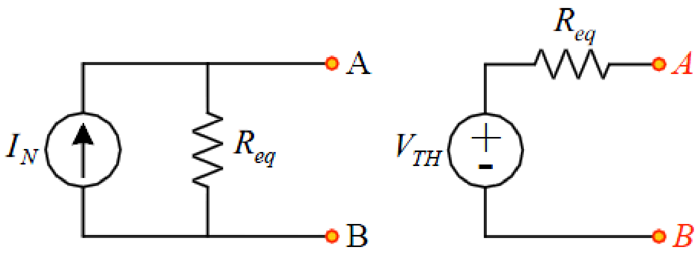


Sol:

Step1.

諾頓等效電路：諾頓等效電流源I_N、等效電阻R_{eq}

戴維寧等效電路：戴維寧等效電壓源V_{TH}、等效電阻R_{eq}S



Step2.

求解等效電阻R_{eq}，移除電源元件(電流源、電壓源)

$\boxed{R_{eq} = (5\|5) + (6\|3) = 4.5\boldsymbol{\Omega}}$

Step3.

求解等效電壓源V_{TH}，即原電路圖中 A、B 兩點之電壓差。

節點 A 電壓：$V_A = 12 * \frac{5}{5+5} = 6V$

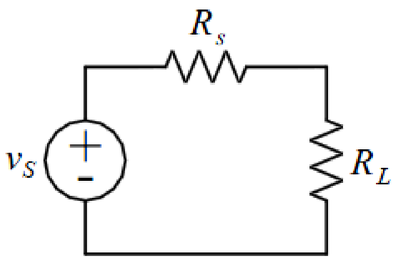
節點 B 電壓：$V_B = 12 * \frac{3}{6+3} = 4V$

戴維寧等效電壓源：$V_{TH} = V_A - V_B = 2V$

因此可求得諾頓等效電流源$\boxed{I_N = \frac{V_{TH}}{R_{eq}} = \frac{2}{4.5} = \frac{4}{9}\text{A}}$

Question 14

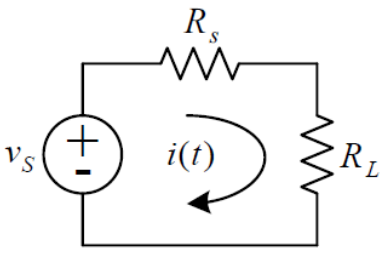
下列電路中，電壓源V_S的內電阻為R_S，將電路連接一負載電阻R_L，求解使其達到最大功率輸出的負載電阻值。



Sol:

Step 1.

此電路圖中，迴圈電流 i 可表示為，$i = \frac{v_S}{R_S+R_L}$



Step 2.

則負載電阻的功率 P(t)便可表示為，$P = i^2 R_L = \frac{v_S^2}{(R_S+R_L)^2} R_L$

Step3.

為求解負載電阻值使其能達到最大功率輸出，則其功率 P(t)對負載電阻 R_L 的一次微分需為 0，

$$\frac{dP}{dR_L} = \frac{d}{dR_L}\left[\frac{v_S^2 R_L}{(R_S+R_L)^2}\right] = 0$$

$$=> \frac{dP}{dR_L} = \frac{v_S^2 (R_S+R_L)^2 - v_S^2 R_L \times 2 \times (R_S+R_L)}{(R_S+R_L)^4} = 0$$

$$V_S^2 (R_S+R_L)^2 - 2V_S^2 R_L (R_S+R_L) = 0$$

$$=> (R_S+R_L) - 2R_L = 0$$

由上式結果可知，

當$R_L = R_S$時，負載電阻能達到最大功率輸出，其最大功率值為

$$P_{max} = \frac{v_S^2}{(R_S+R_L)R_L} = \frac{v_S^2}{(R_S+R_S)^2} R_S = \frac{1}{4}\frac{v_S^2}{R_S}$$