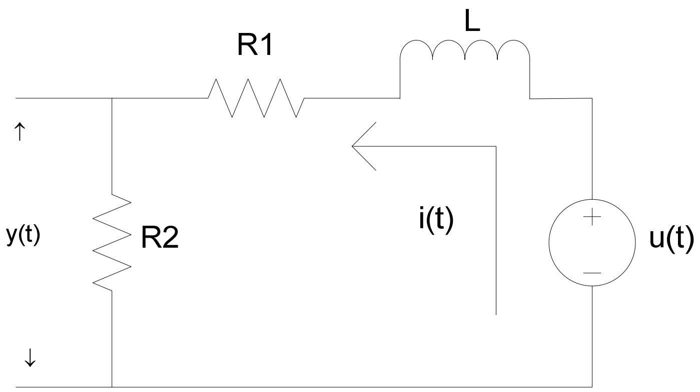
1.請求下圖電路轉移函數 $\frac{Y(s)}{U(s)}$ 之拉式轉換為何?



Solution：

克希何夫法:

由題目的中圖，可知克希何夫電壓迴路方程式為：

$$\left(\mathrm{R}_1 + R_2\right) \times i\left(t\right) + L\frac{di(\mathrm{t})}{dt} = u\left(t\right) \qquad ...(1)$$

令輸出電壓為

$$\mathrm{y}\left(\mathrm{t}\right) = R_2 \times i\left(t\right) \qquad ...(2)$$

由 $(1) \times \mathrm{R}_2$

$$\Rightarrow LR_2\frac{di(\mathrm{t})}{dt} + \left(\mathrm{R}_1 + R_2\right) \times \left(R_2 i\left(t\right)\right) = R_2 u\left(t\right)$$

$$\mathrm{L}\frac{d\mathrm{y}\left(\mathrm{t}\right)}{dt} + \left(R_1 + R_2\right)\mathrm{y}\left(\mathrm{t}\right) = R_2 \times u\left(t\right)$$

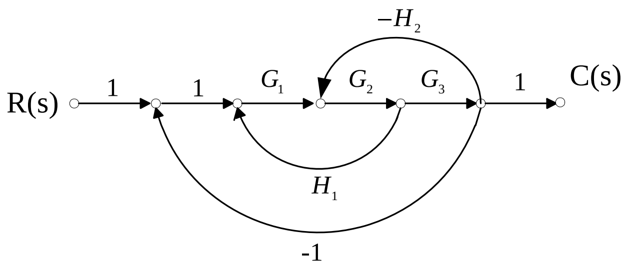
令初始條件為零，得上式之拉式轉換：

$$\mathrm{L} \times sY\left(\mathrm{s}\right) + \left(R_1 + R_2\right)Y\left(\mathrm{s}\right) = R_2 \times U\left(s\right)$$

因此求得轉移函數為：

$$\mathrm{G}\left(\mathrm{s}\right) = \frac{Y\left(\mathrm{s}\right)}{U\left(s\right)} = \frac{R_2}{Ls + (R_1 + R_2)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{\frac{L}{R_1 + R_2}s + 1}$$

2. **一控制系統之信號流程圖如下圖所示，試用梅森法求 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 。**



Solution：

在訊號流程圖中，

迴路增益有：$L_1 = G_1G_2H_1$ ，$L_2 = -G_2G_3H_2$ ，$L_3 = -G_1G_2G_3$

所有迴路均彼此接觸，因此沒有兩個以上未接觸的迴路增益乘積。

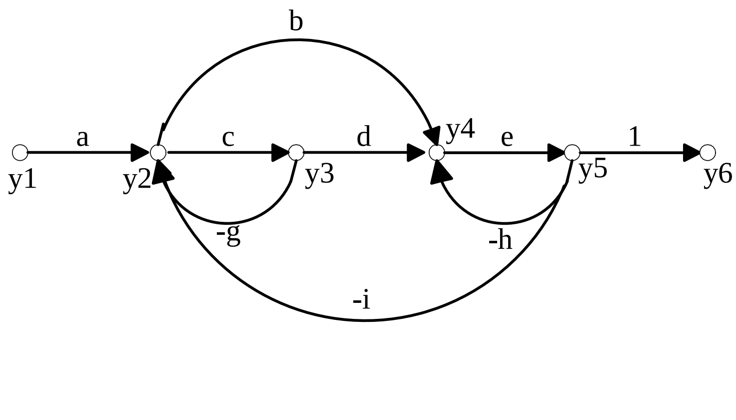
所有前進路徑增益 M_k 與相對應的 Δ_k 有

$M = G_1G_2G_3, \Delta_1 = 1$,$\Delta = 1-(L_1 + L_2 + L_3)$

根據梅森增益公式：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\mathrm{M}}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3}{1-G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2 + G_1G_2G_3}$$

3. **試用梅森法分別求下列訊號流程圖中，$\frac{y_5}{y_1}, \frac{y_2}{y_1}, \frac{y_5}{y_2}$ 等的增益。**



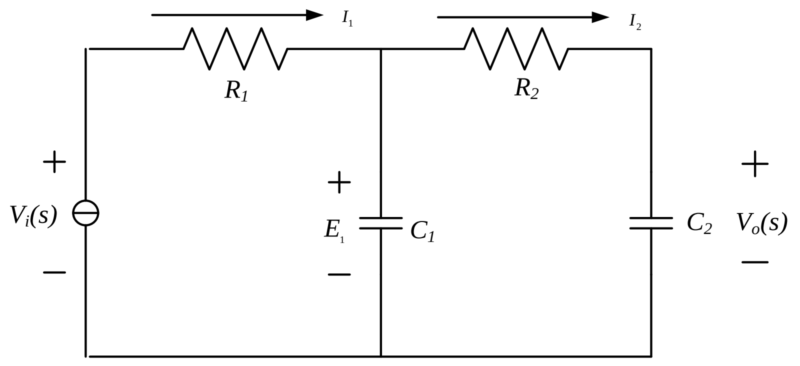
Solution：

$$\frac{y_5}{y_1}=\frac{acde+abe}{1+cg+eh+cdei+bei+cegh}$$

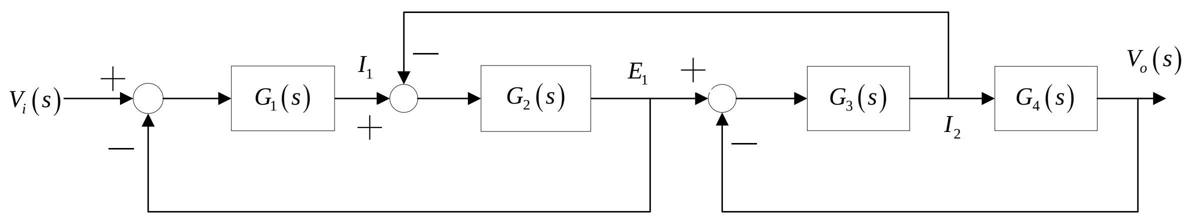
$$\frac{y_2}{y_1}=\frac{a(1+eh)}{1+cg+eh+cdei+bei+cegh}$$

$$\frac{y_5}{y_2}=\frac{\frac{y_5}{y_1}}{\frac{y_2}{y_1}}=\frac{cde+be}{1+eh}$$

4. **將圖(a)的電路改寫為如圖(b)的控制方塊圖表示**



圖(a)



圖(b)

請求出$G_1(s),G_2(s),G_3(s)$及$G_4(s)$**分別為何?**

Solution：

由$V_i - E_1 = I_1R_1$

可得

$$(I_1-I_2)\times\frac{1}{sC_1}=E_1$$

再由$(E_1-V_o)\times\frac{1}{R_2}=I_2$

及

$$I_2\times\frac{1}{sC_2}=V_o$$

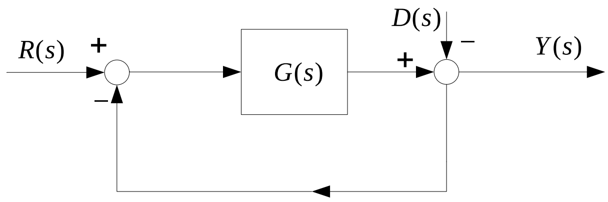
比較電路圖及方塊圖後可得：$G_1(s) = \dfrac{1}{R_1}$, $G_2(s) = \dfrac{1}{sC_1}$, $G_3(s) = \dfrac{1}{R_2}$, $G_4(s) = \dfrac{1}{sC_2}$

5.

令下圖中的閉迴路輸出$Y(s) = T(s)R(s) - S(s)D(s)$**，試推導**

(1) $S(s) = ?$

(2) $S(s) + T(s) = ?$



Solution：

(1)

$$Let\ D(s) = 0 \Rightarrow Y(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}R(s)$$

$$Let\ R(s) = 0 \Rightarrow Y(s) = \frac{-1}{1+G(s)}D(s)$$

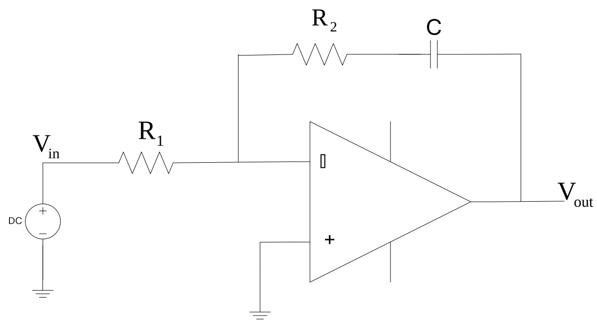
$$\Rightarrow Y(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}R(s) - \frac{1}{1+G(s)}D(s)$$

比較得知$T(s) = \dfrac{G(s)}{1+G(s)}$ & $S(s) = \dfrac{1}{1+G(s)}$

(2)

$S(s) + T(s) = 1$

6. **試推導下列理想的 Op-Amp 電路**V_{in}**到**V_{out}**之轉移函數關係，並寫出該電路為 PI 控制器結構，其中** K_P **、** K_I **參數值為何?輸出和輸入間之相位關係為何?**



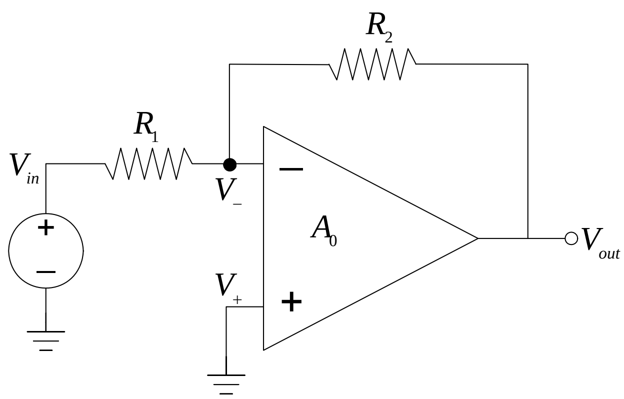
Solution：

由 $\dfrac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = -\dfrac{Z_f}{Z_1}$ 可得

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = -\frac{R_2Cs+1}{R_1Cs} = K_p + \frac{K_I}{s}$$

其中 $K_P = -\dfrac{R_2}{R_1}$ ， $K_I = -\dfrac{1}{R_1C}$,V_{out} 和 V_{in} 間，相位相差180°

7. 令 A_0 為 OP-Amp 之內部電壓增益，試推導出下圖之反相放大器轉移函數 $\dfrac{v_{out}}{v_{in}}$ ，並以控制方塊圖表示之。



Solution：

在線性的前提下，V_{out} 可由重疊原理求得，

$$Let\, V_{out} = 0 \Rightarrow V_- = \frac{R_2}{R_1+R_2}V_{in}$$

$$Let\, V_{in} = 0 \Rightarrow V_- = \frac{R_1}{R_1+R_2}V_{out}$$

$$\Rightarrow V_- = \frac{R_2}{R_1+R_2}V_{in} + \frac{R_1}{R_1+R_2}V_{out}$$

令 $V_+ = 0$ 可得

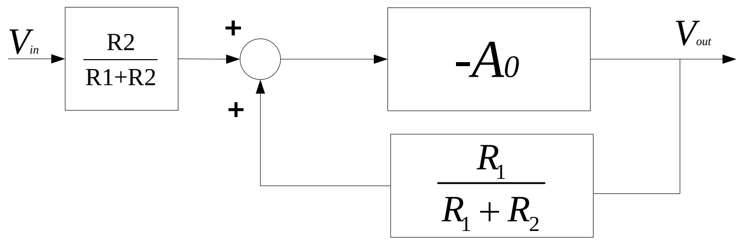
$$V_{out} = A_0(V_+ - V_-) = A_0[0-(\frac{R_2}{R_1+R_2}V_{in} + \frac{R_1}{R_1+R_2}V_{out})]$$

$$= -A_0(\frac{R_2}{R_1+R_2}V_{in} + \frac{R_1}{R_1+R_2}V_{out})$$

$$\Rightarrow (1+A_0\frac{R_1}{R_1+R_2})V_{out} = -A_0\frac{R_2}{R_1+R_2}V_{in}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-A_0\frac{R_2}{R_1+R_2}}{(1+A_0\frac{R_1}{R_1+R_2})} \cong -\frac{R_2}{R_1} \quad (\text{當}\left|A_0\frac{R_1}{R_1+R_2}\right| >> 1)$$

其控制方塊表示如下



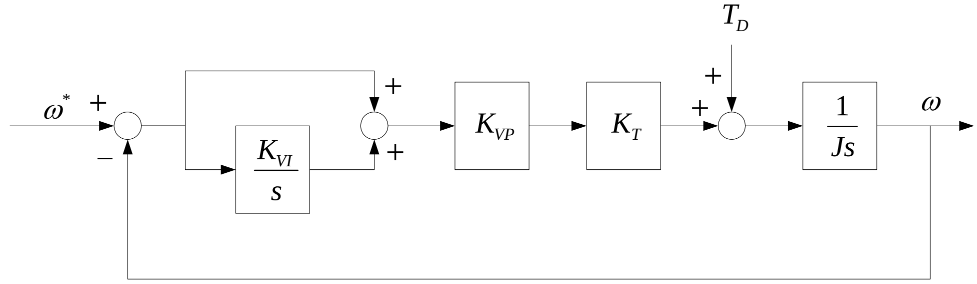
8. 針對下圖的馬達速度迴路系統，試推導

(1) $T_{DIST}(s) = \frac{\omega(s)}{T_D(s)}$ **的轉移函數為何?**

(2) 高頻時，$T_{DIST}(s)$的振幅會近似於多少?

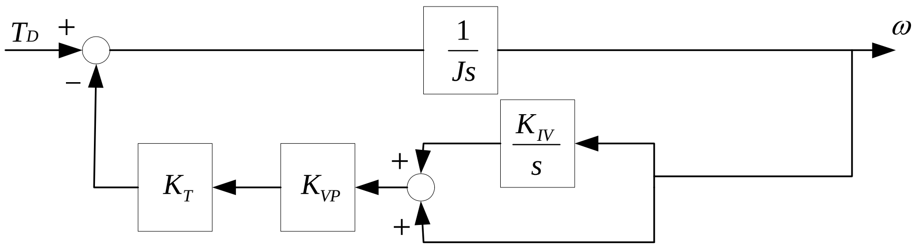
(3) 當 $\omega = 1\, rad/\sec$ 時，$T_{DIST}(s)$的振幅會近似於多少?

(4) 低頻時，$T_{DIST}(s)$的振幅會近似於多少?



Solution：

重畫方塊圖



$$T_{Dist}=\frac{\frac{1}{Js}}{1+\frac{1}{Js}K_TK_{VP}(1+\frac{K_{IV}}{s})}=\frac{s}{Js^2+K_TK_{vp}s+K_TK_{vp}K_{vi}}$$

(2) $w\to\infty$ ， $T_{Dist}\to 0$

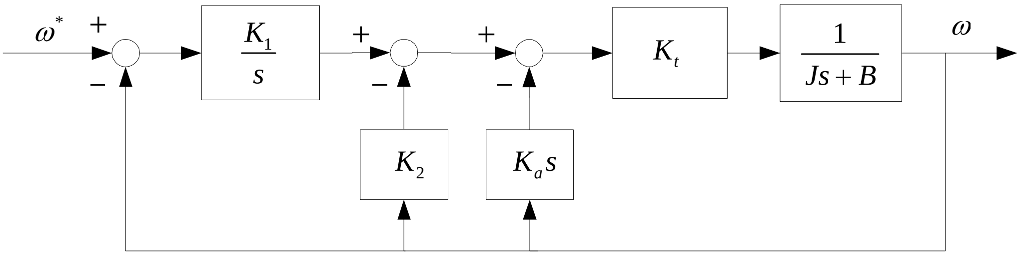
(3)

$$s=j\omega,\omega=1\Rightarrow T_{Dist}\to\frac{j}{(K_TK_{VP}K_{IV}-J)+K_TK_{VP}j}$$

$$\left|T_{Dist}\right|=\frac{1}{\sqrt{(K_TK_{VP}K_{IV}-J)^2+(K_TK_{VP})^2}}$$

(4) $w\to 0$ ， $T_{Dist}\to 0$

9. 請說明加速度回授的目的，並針對以下的系統方塊圖，推導出 $\frac{\omega}{\omega^*}$ 的轉移函數？



Solution：

速度迴授的目的在於改變系統慣量，增加系統剛性，減少外擾對系統響應的影響

$$\frac{\omega}{\omega^*}=\frac{\frac{K_1K_t}{s(Js+B)}}{1+\frac{K_1K_t}{s(Js+B)}+\frac{K_tK_as}{Js+B}+\frac{K_tK_2}{Js+B}}$$

$$=\frac{K_1K_t}{(J+K_tK_a)s^2+(B+K_tK_2)s+K_1K_t}$$

10.

(A). 請問以下何種為嚴格真分轉移函數(strictly proper transfer function)?

(A) $\dfrac{s+1}{s^2+3s+1}$ (B) $\dfrac{s^2+1}{s^2+3s+1}$ (C) $\dfrac{s^3+1}{s^2+3s+1}$ (D) 以上皆非

(C). 請問以下何種為非因果系統(non-causal system)?

(A) $\dfrac{s+1}{s^2+3s+1}$ (B) $\dfrac{s^2+1}{s^2+3s+1}$ (C) $\dfrac{s^3+1}{s^2+3s+1}$ (D) 以上皆非