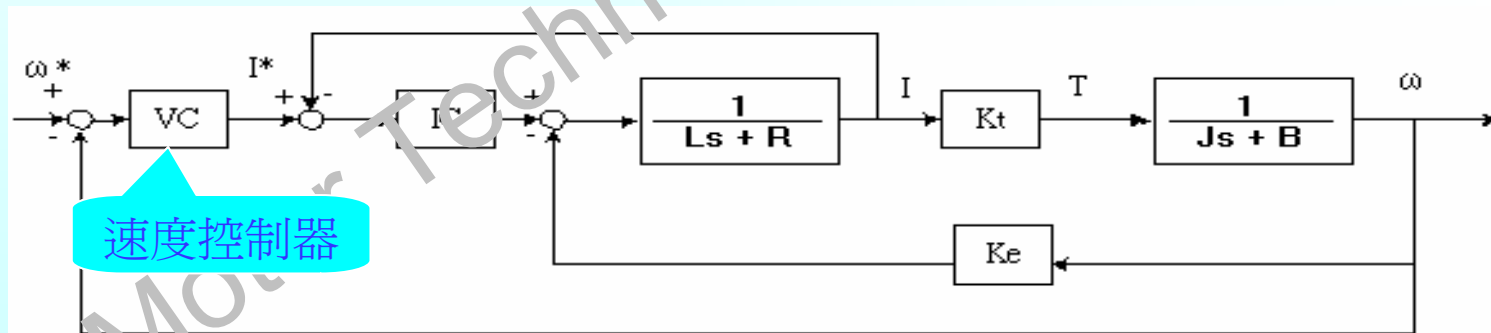
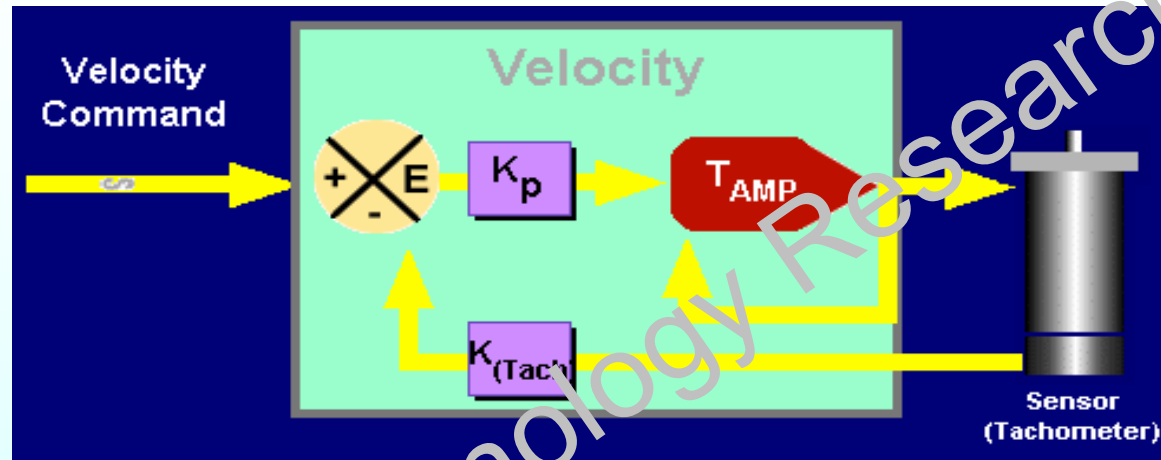


速度迴路控制

- 速度迴路控制圖：



速度控制器

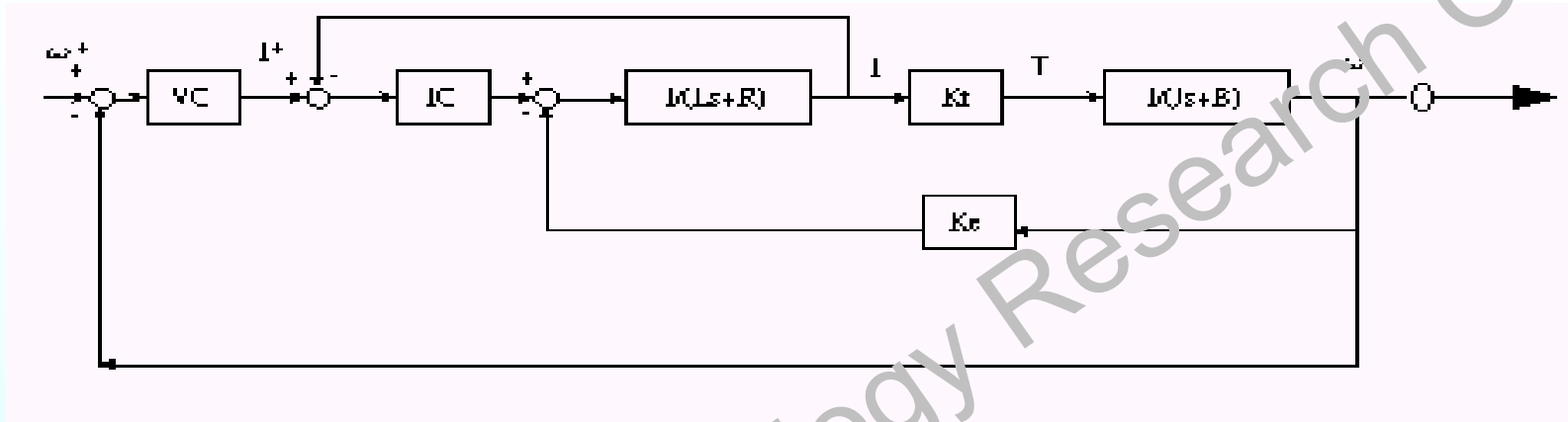
速度迴路特性

- 速度迴路為伺服迴路系統之中心，主宰位置迴路之響應與電流迴路之控制。
- 當系統性能因負載改變而無法達到所需響應時，可利用調整速度迴路增益補償來改善性能，以其達到所要求之響應。

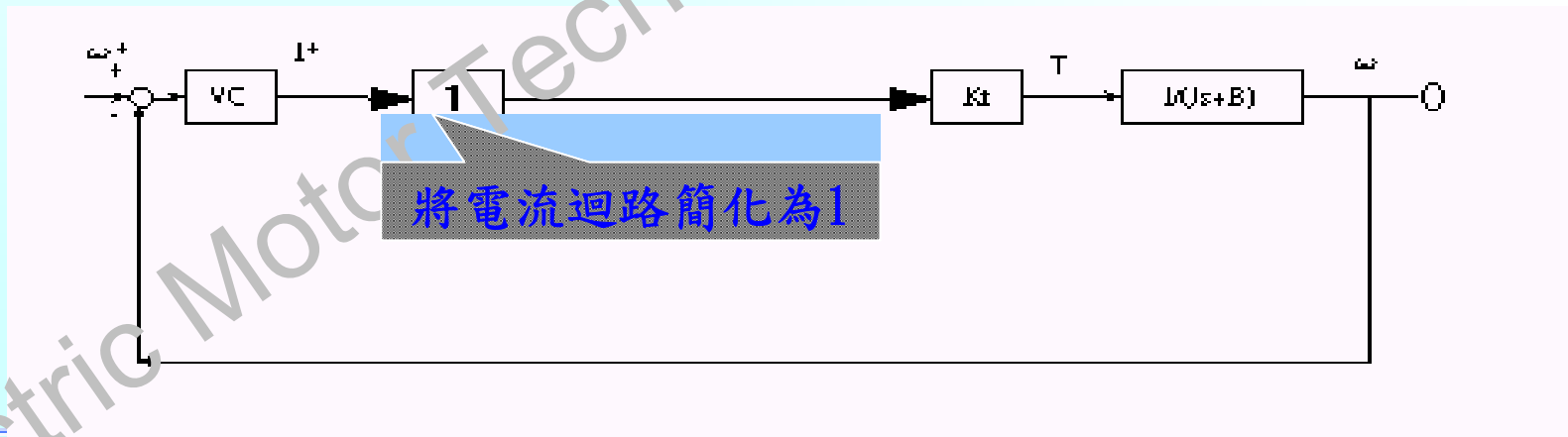
速度迴路的簡化

- 當內迴路的頻寬為外迴路的5~10倍時，我們便可以將內迴路簡化成1，以方便我們計算，也可以使我們針對重點來控制有用的控制器。故於分析速度迴路時，可藉由電流迴路之簡化以利分析設計。接下來我們以實際模擬的結果來證明簡化內迴路之可行性。

● 簡化前的方塊圖：



● 簡化後的方塊圖：



以MATLAB分別模擬理論及實際電路

模擬參數之給予

馬達本身內定參數(注意單位一致性)

此處採用MKS制

➡ 電阻 $R=0.71 \Omega$

電感 $L=1.54\text{mH}$

轉矩常數 $K_t=0.33 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{A}$

反電動勢常數 $K_e=0.33 \text{ V}/(\text{rad}/\text{s})$

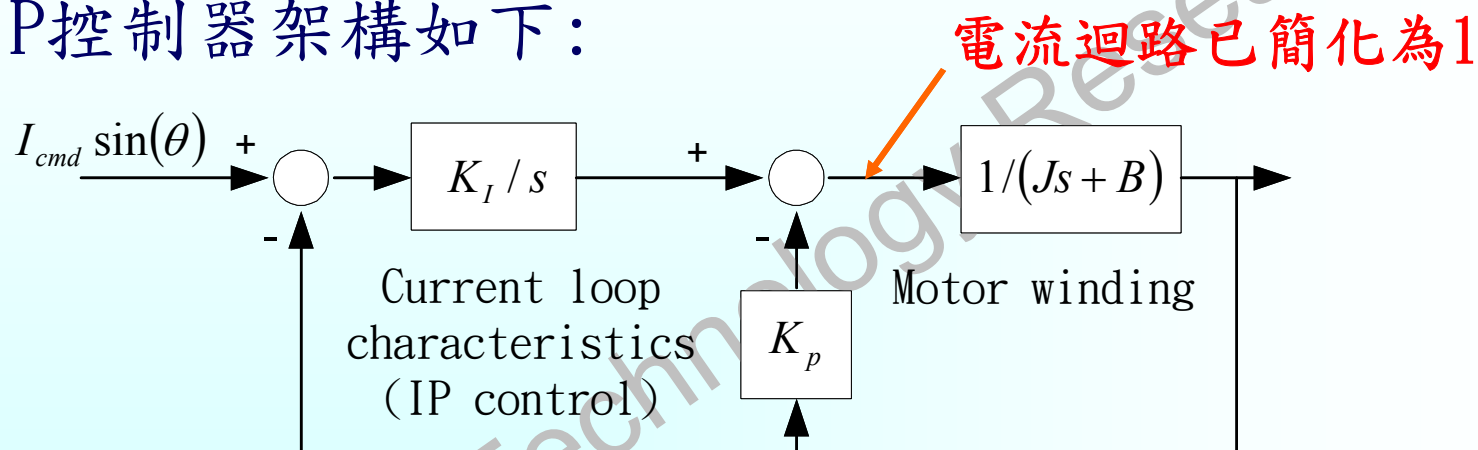
轉動慣量 $J=0.00054 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$

阻尼係數 $B=0.000561 \text{ N}\cdot\text{m}/(\text{rad}/\text{s})$

選擇控制器架構

此處電流及速度迴路之控制器架構選用IP控制器

IP控制器架構如下：



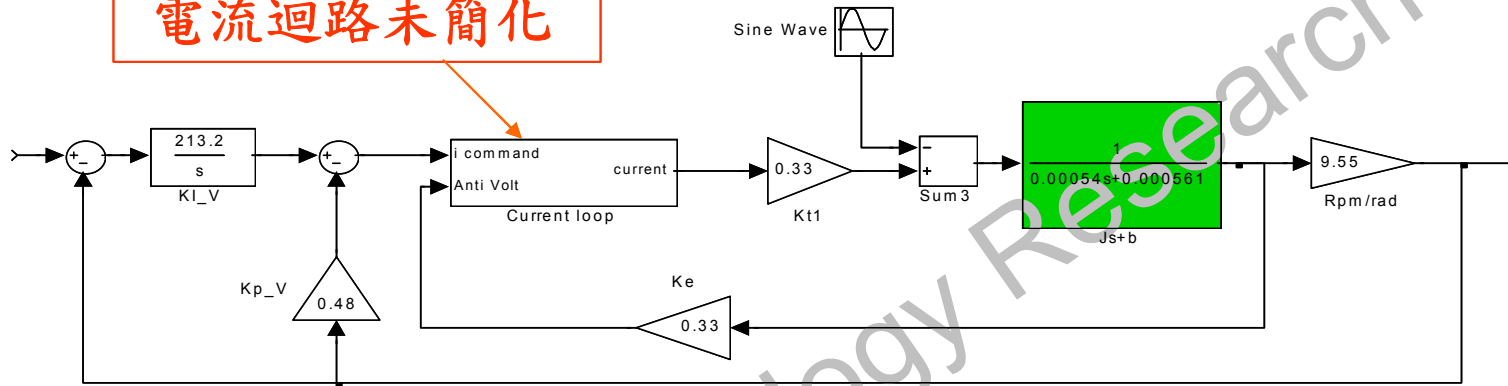
控制器的參數值

電流控制器：I gain=60797; P gain=13

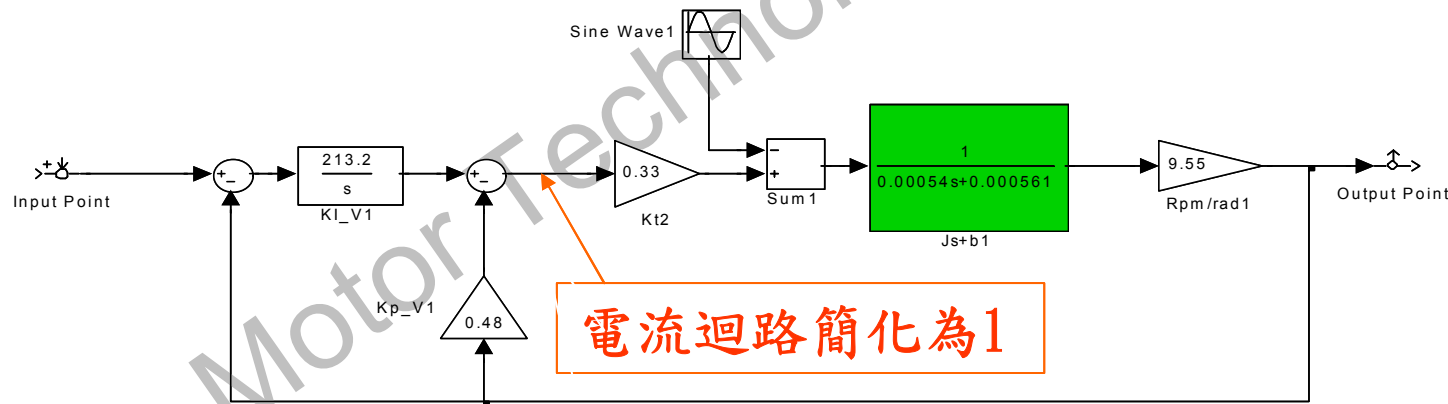
速度控制器：I gain=213.2 ; P gain=0.48

模擬速度迴路系統方塊圖

電流迴路未簡化

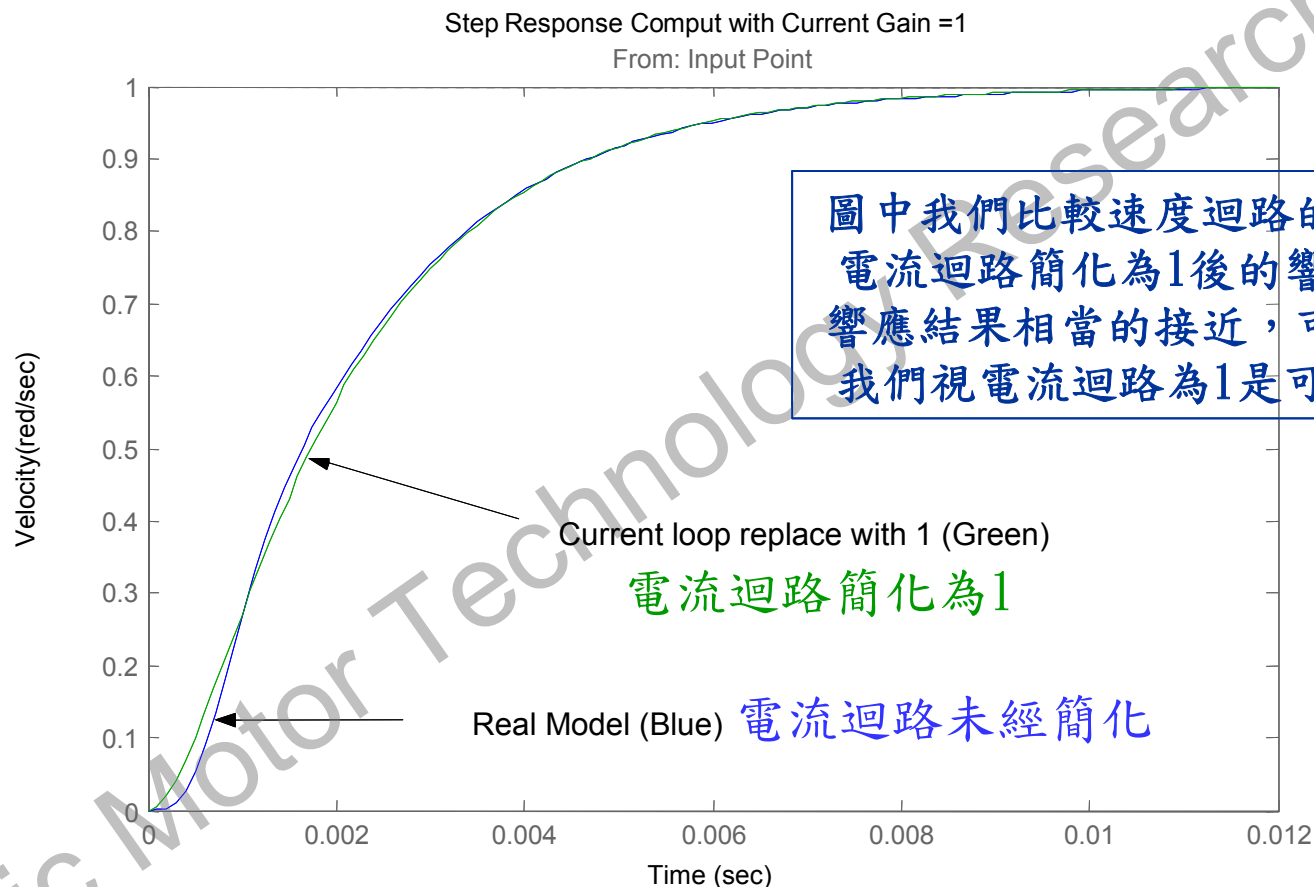


電流迴路簡化為1



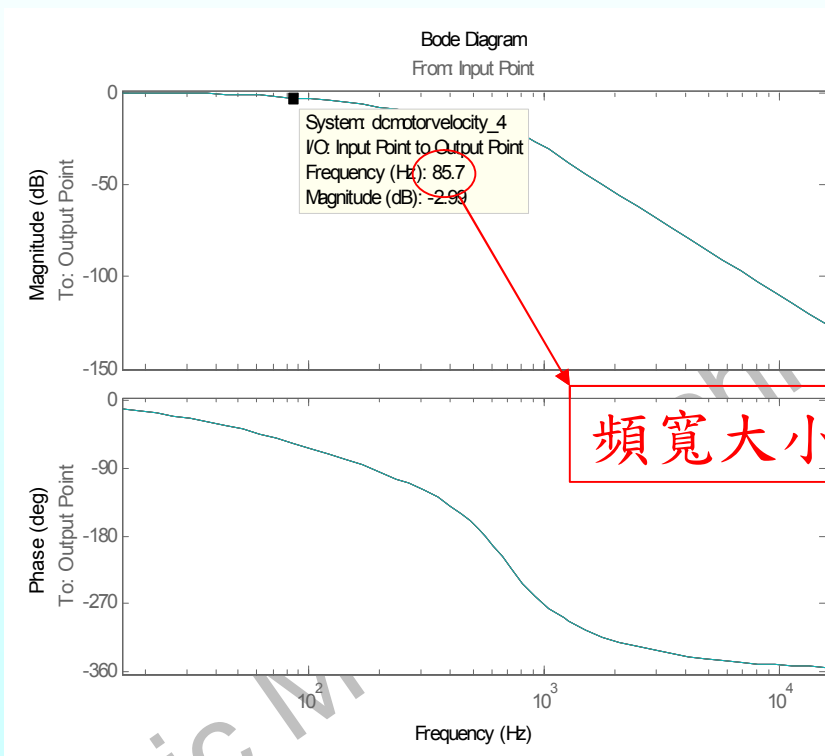
以Simulink模擬之結果

● 時域步階響應圖：

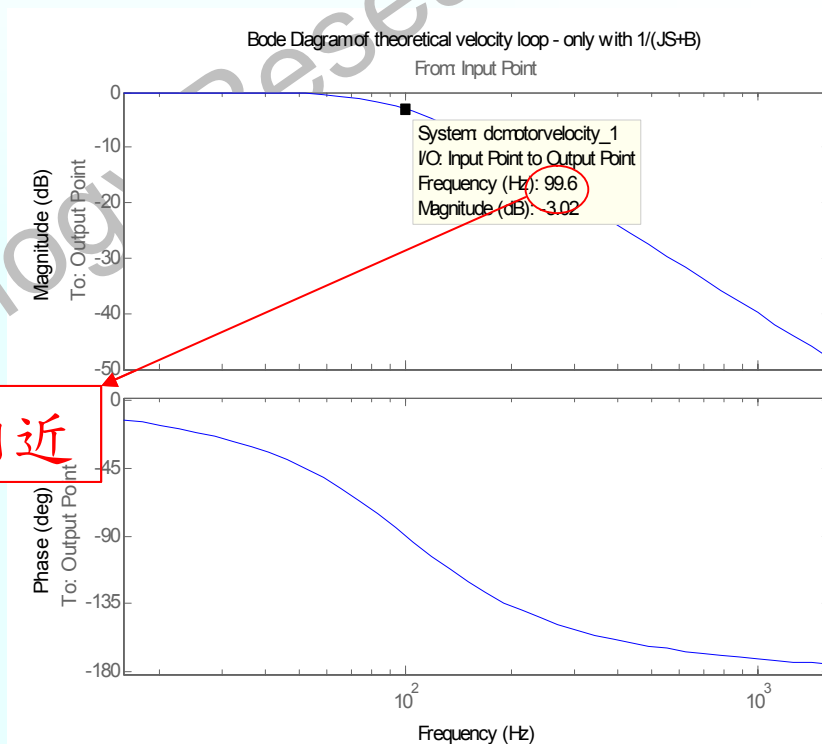


● 頻域響應圖-Bode Plot:

電流迴路未簡化



電流迴路簡化為1



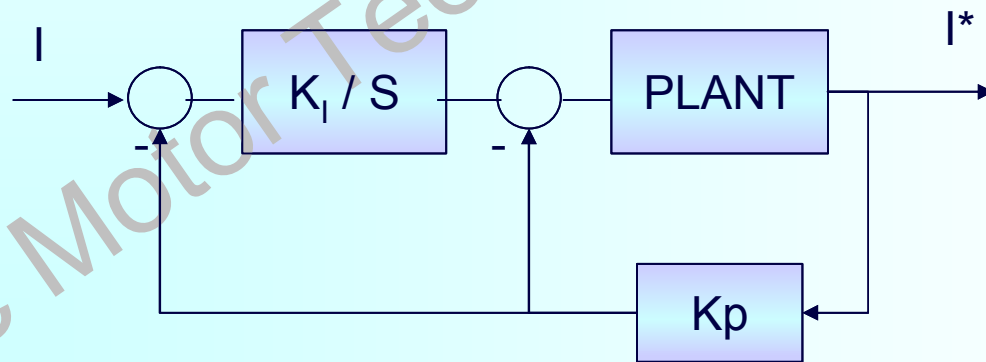
頻寬大小相近

- 從以上圖中可知，當內迴路的頻寬為外迴路頻寬之5~10倍，有簡化過和沒有簡化過的響應，非常近似，故當我們在做速度迴路分析過程時，便可以做上述簡化迴路的步驟。其所產生的誤差，是可以被我們所接受的。

- 再比較Bode plot圖可以發現：在頻寬範圍內，簡化前後的結果非常接近，但在頻寬以外，兩者間的差異會隨著頻率的增加而變大，尤其在高頻的時候兩者的差異會變的相當的大。由此可知，簡化後的系統必須在特定的頻寬之內工作，以確保其響應與原系統響應相似。

IP控制器簡介

- IP控制器的原始架構為早期類比控制常用之ID(Integral + Differential)控制器。
- 又稱作PDF (Pseudo Derivative Feedback) 控制器，也就是虛擬回授微分。
- IP控制器之系統方塊圖架構：

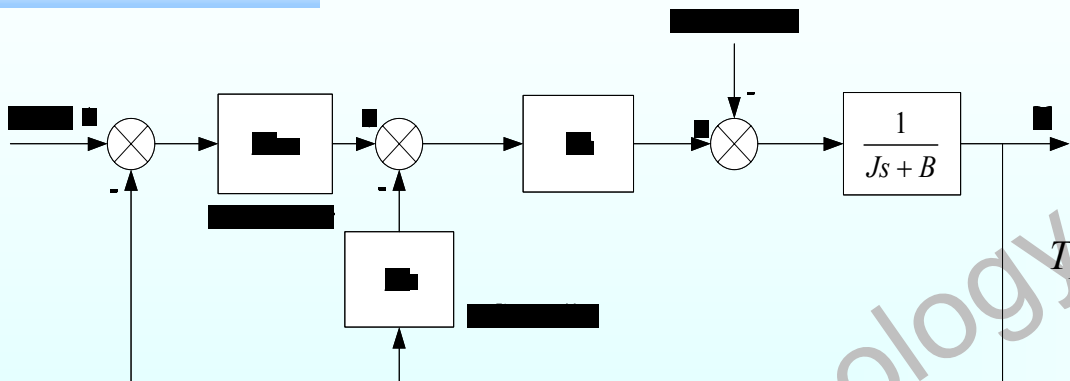


速度迴路控制架構

- *I-P Control*
- *P-I Control*
- *PDF Control*
- *Acceleration feedback*
- *PP Controller*

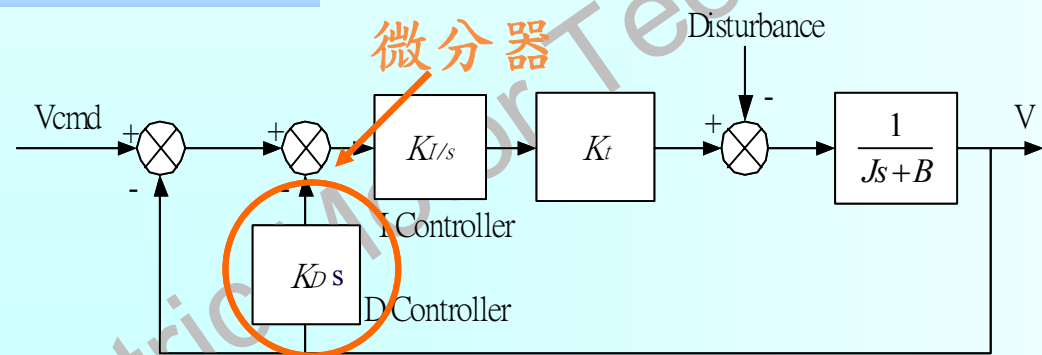
IP與ID控制器之比較

IP控制器迴路



$$T_{IP}(s) = \frac{V}{V_{cmd}} = \frac{(K_t \cdot K_I)}{Js^2 + (B + K_t \cdot K_P) \cdot s + K_I \cdot K_t}$$

ID控制器迴路



$$T_{ID}(s) = \frac{K_t \cdot K_I}{Js^2 + (B + K_t \cdot K_I \cdot K_D)s + K_I \cdot K_t}$$

↑ similar ↓
result

雜訊問題

- IP與ID控制器所求出之轉移函數相似，可實現相同的結果，但是於ID控制器回授路徑中存在一微分器，故會產生雜訊放大之效果，導致系統的不穩定。IP控制器則為了改善此缺點而生。

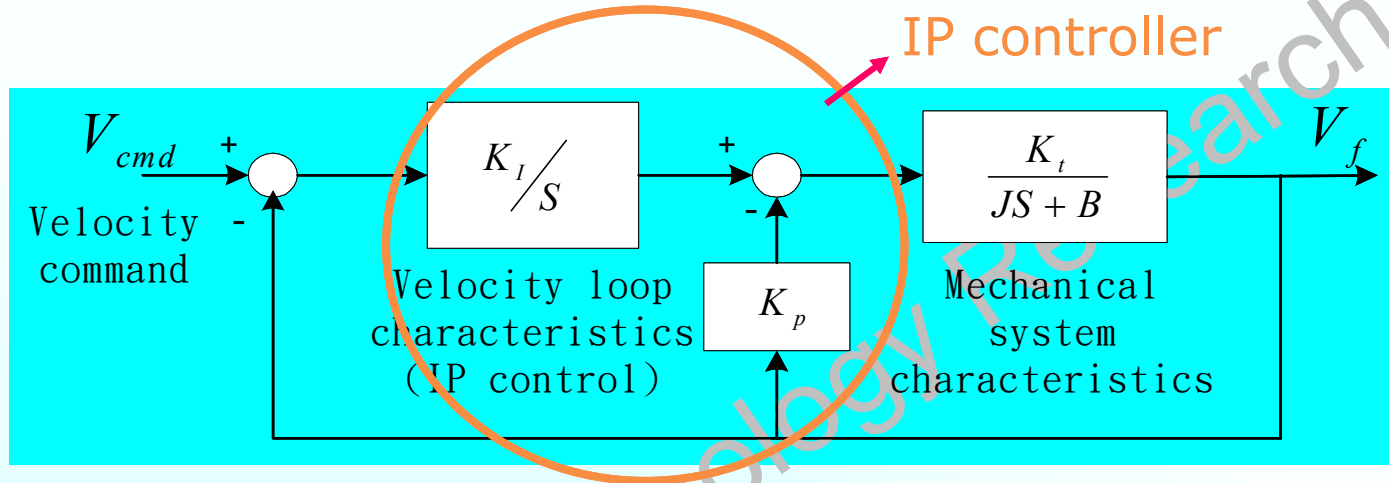
雜訊放大

微分一次

微分二次

$$T = \sin(100t) \Rightarrow T = 100\cos(100t) \Rightarrow T = -10000\sin(100t) \dots$$

I – P Control設計分析



$$\frac{V_f}{V_{cmd}} = H(s) = \frac{K_I K_t / J}{s^2 + [(B + K_p K_t) / J]s + K_I K_t / J}$$

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

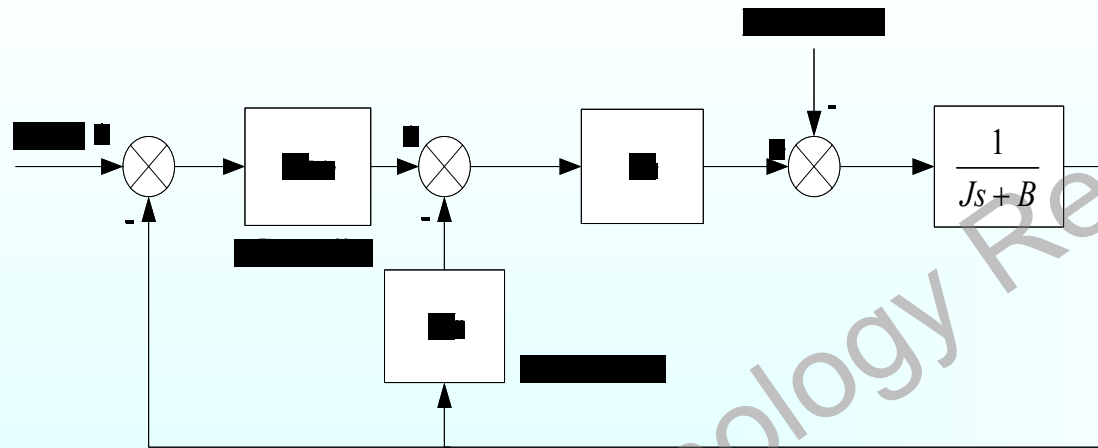
Standard 2nd form !

$$\omega_n^2 = (K_t \cdot K_I) / J \Rightarrow K_I = (\omega_n^2 \cdot J) / K_t$$

$$2\omega_n \zeta = (K_I \cdot K_p + B) / J \Rightarrow K_p = (2\omega_n \zeta \cdot J - B) / K_I$$

求得 K_I , K_p

實例說明IP Control 設計過程



➡ 找出 K_I 及 K_P

由以下公式可得:

$$\omega_n^2 = (K_t \cdot K_I) / J \Rightarrow K_I = (\omega_n^2 \cdot J) / K_t$$

$$2\omega_n \zeta = (K_I \cdot K_P + B) / J \Rightarrow K_P = (2\omega_n \zeta \cdot J - B) / K_I$$

決定自然頻率(ω_n)與阻尼比(ζ)，即可完成IP控制器參數設計

實例說明IP Control 設計過程

● 馬達內定參數及所需規格:

轉矩常數 $K_t=0.33 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{A}$

轉動慣量 $J=0.00054 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$

阻尼係數 $B=0.000561 \text{ N}\cdot\text{m}/(\text{rad}/\text{s})$

所需頻寬 $f=100\text{Hz}$

● 自然頻率(ω_n)與阻尼比(ζ)之決定

通常選擇最佳阻尼比 $\Rightarrow \zeta=0.707$ ，此時反應快速且無共振

自然頻率則由頻寬來定 $\Rightarrow \omega_n=2\pi f$

系統所需頻寬

實例說明IP Control 設計過程

- 將以上之值代入推導式中，即可得控制器參數如下：

$$(100 \cdot 2\pi)^2 = (0.33 \times K_I) / 0.00054$$

$$\Rightarrow K_I = 646.0135$$

$$2 \times (100 \cdot 2\pi) \times 0.707 = \frac{(0.33 \times K_P + 0.000561)}{0.00054}$$

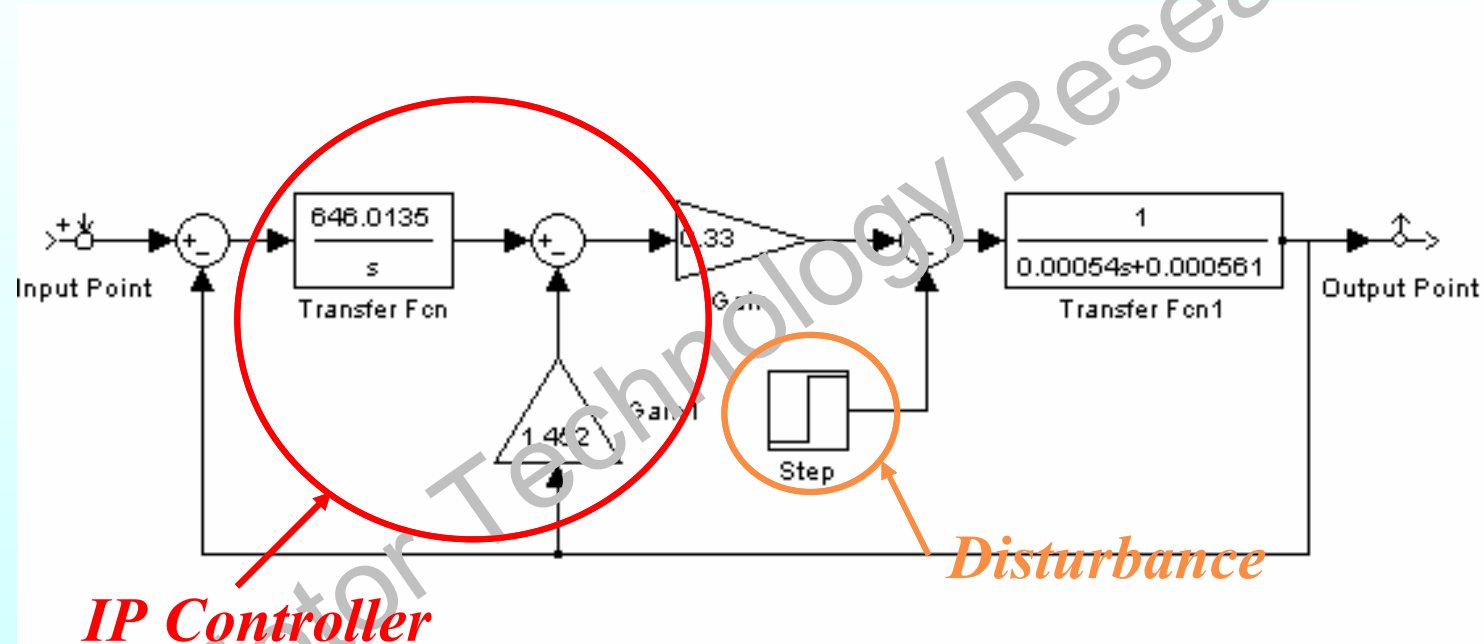
$$\Rightarrow K_P = 1.452$$

參數設計完成

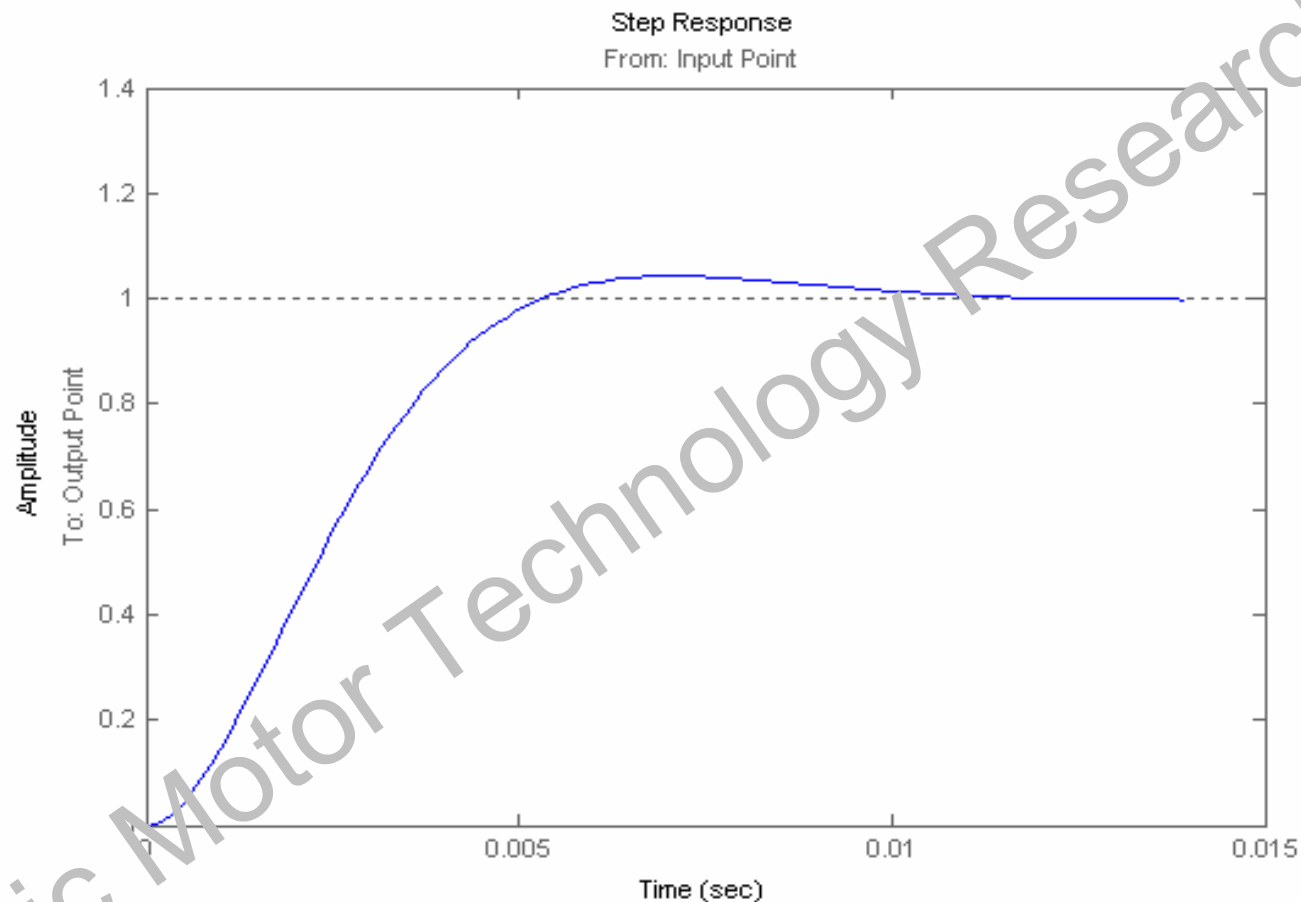
參數設計過程容易直接，易於調變

以Simulink模擬設計結果

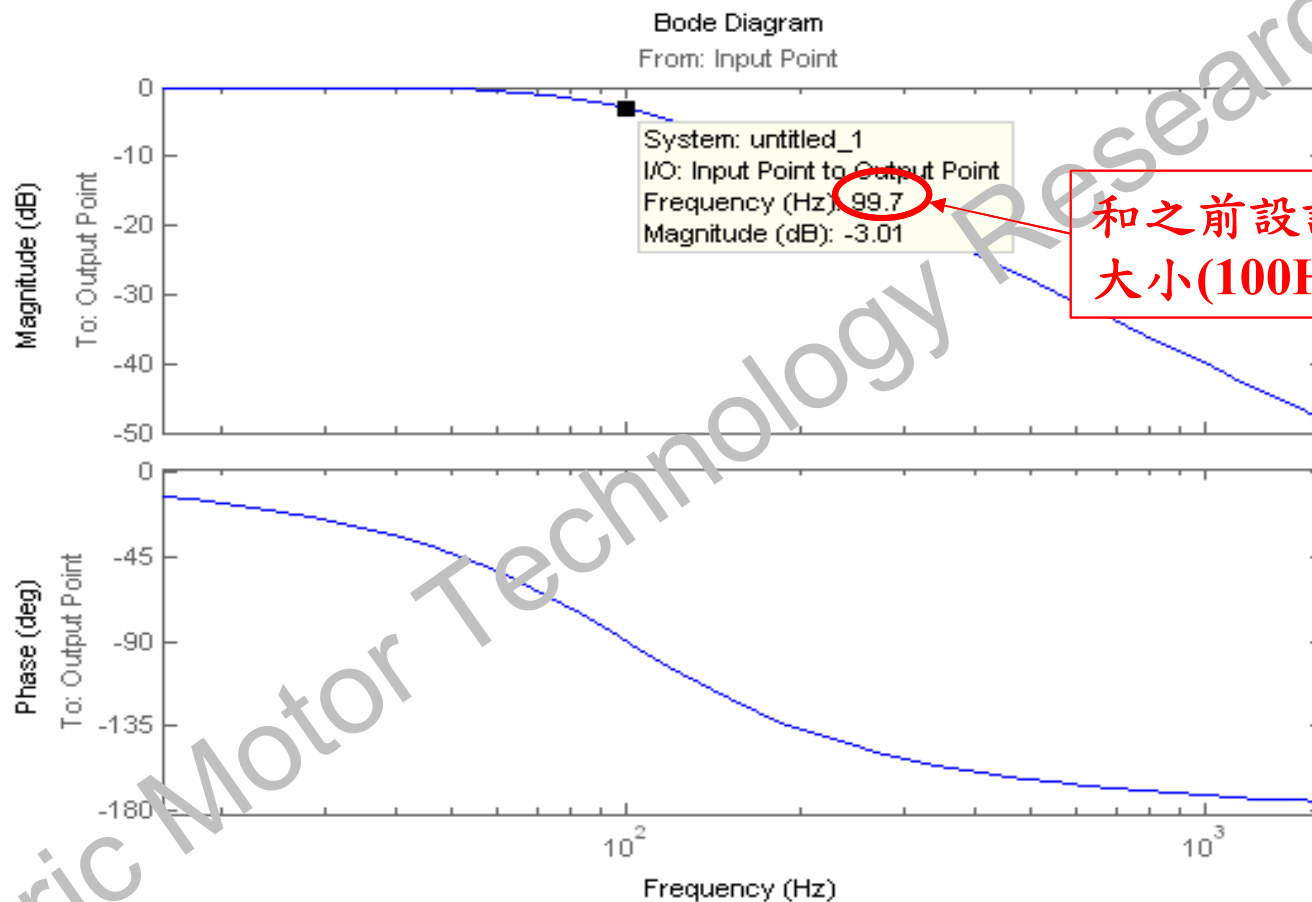
系統方塊圖：



步階響應



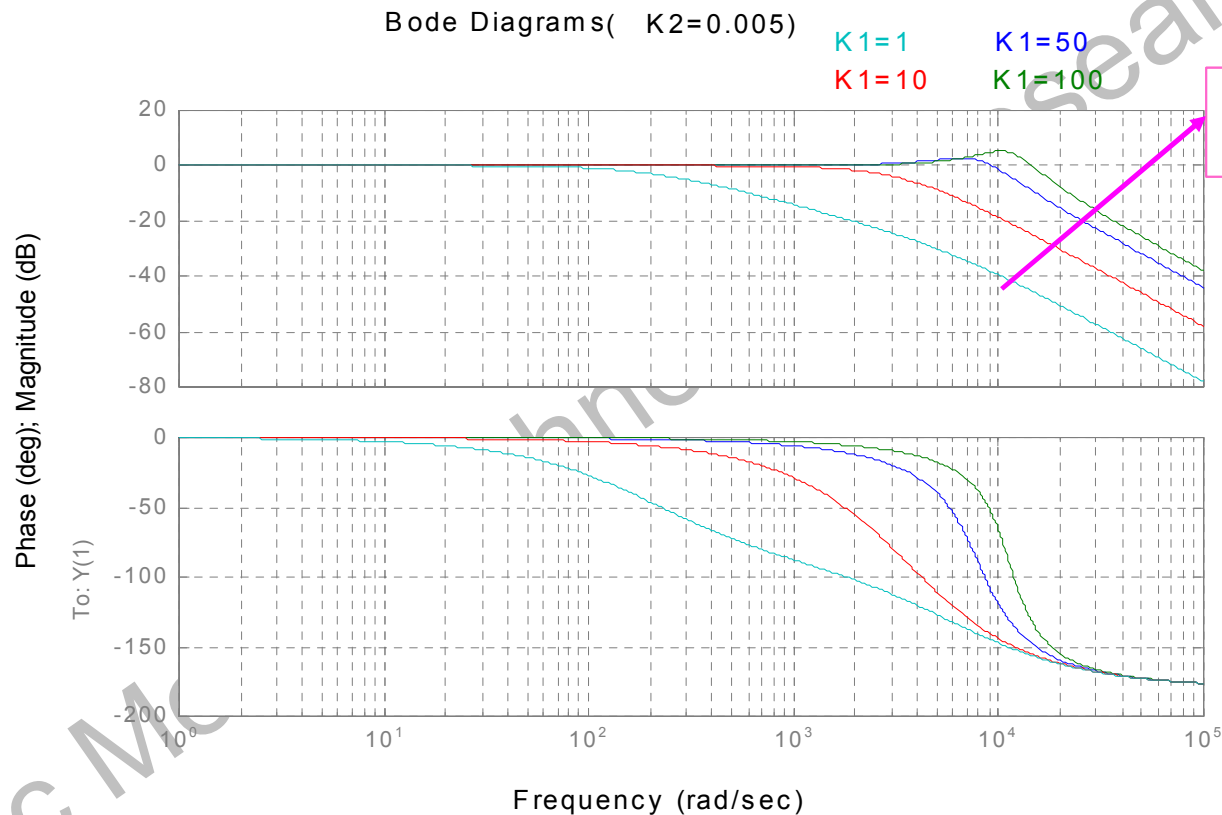
Bode Plot



IP控制器之優點

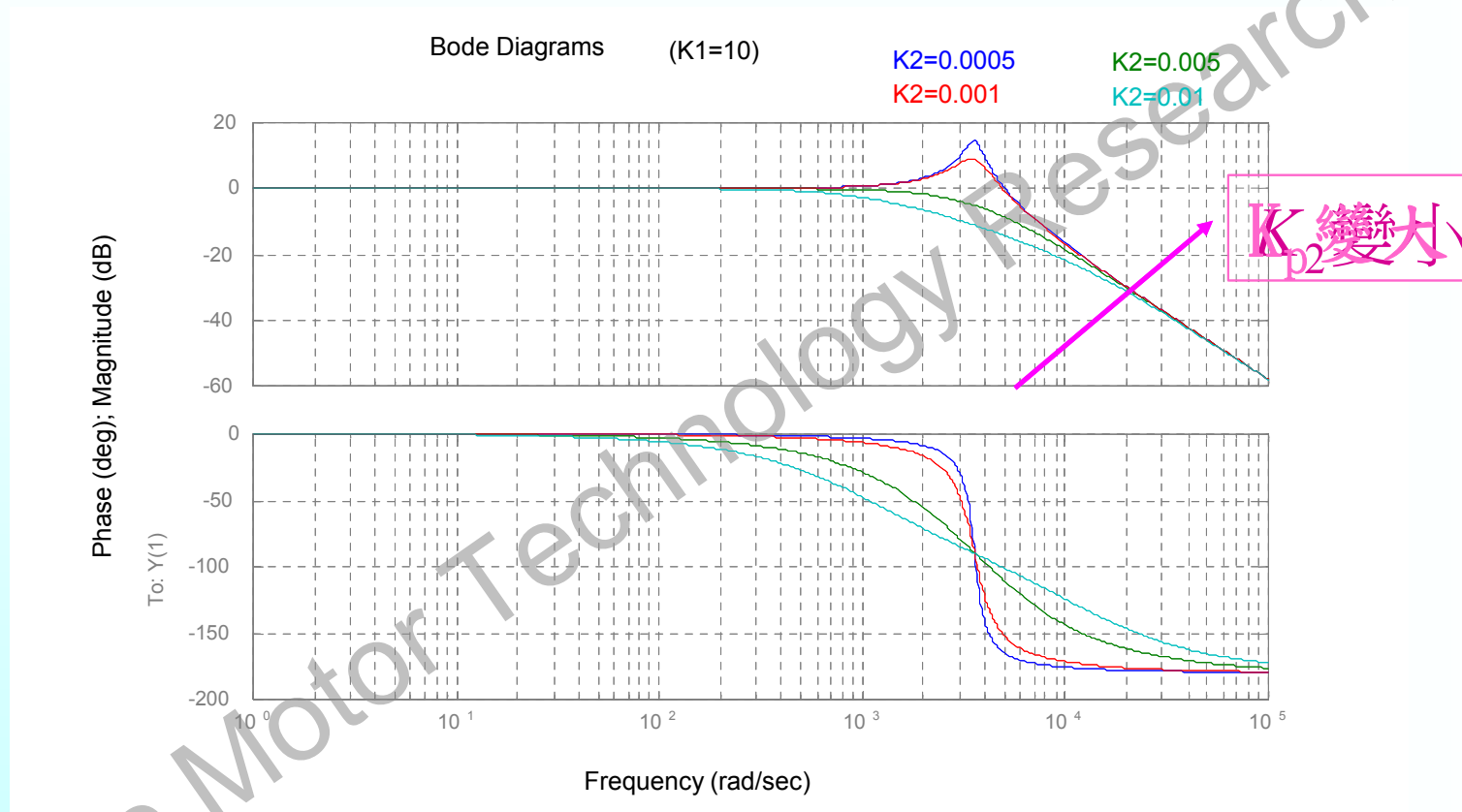
- 有微分器的功能，但不需對受測訊號作微分，故不會有放大雜訊之現象產生。
- 利用常見的二階公式加以設計，可得解析解，依馬達內定參數以及所需響應(自然頻率及阻尼比)得到控制器參數。
- 參數易調控，架構簡單，設計過程簡單直接。

K_I (I Gain) 對系統的影響



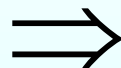
K_I 變大

K_p (P Gain) 對系統的影響



I-P control 之結論

K_I 值增大



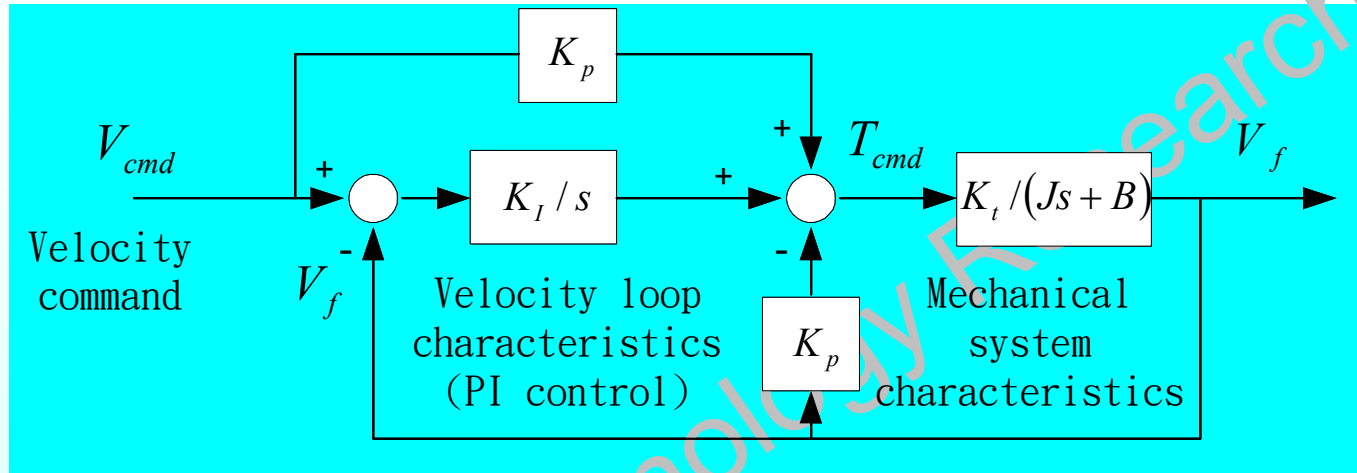
1. 頻寬增大
2. Overshoot 增大

K_p 值增大



1. 高頻增益不變
2. Overshoot 降低

P – I Control

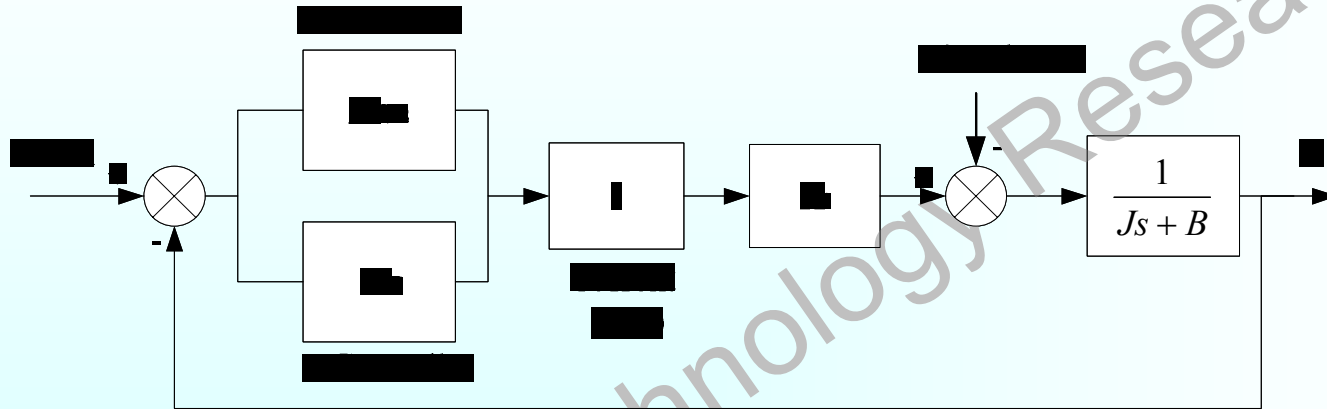


將速度命令和實際回授速度之誤差值作比例放大及積分，合成出電流命令。

$$H(s) = \frac{V_f}{V_{cmd}} = \frac{(K_p K_t / J)s + K_I K_t / J}{s^2 + (B + K_t K_p / J)s + K_I K_t / J}$$

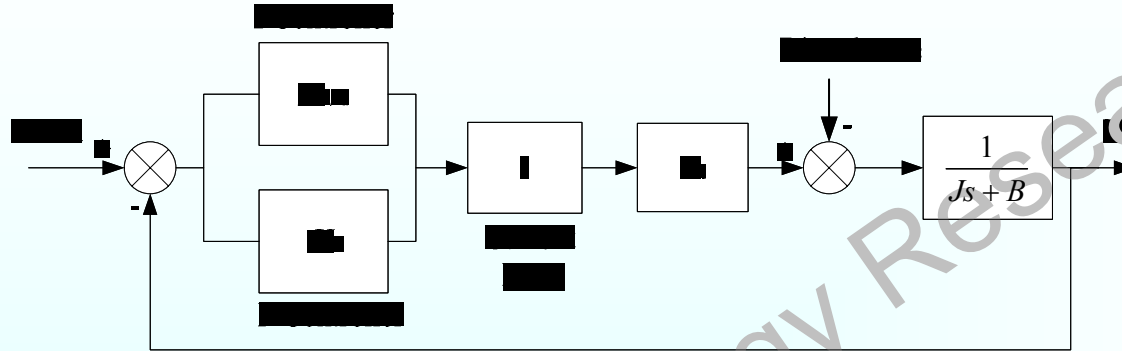
PI Control 設計分析

PI Control 於速度迴路下之架構亦可表示如下:



由於PI控制器之轉移函數並非標準二階，故在設計時難以同時兼顧系統性能參數與零點位置，所以於此使用**極零點對消**的方式，將系統降為**一階系統**。

實例說明PI Control 設計過程



其系統開迴路轉移函數為：

$$G(s) = \left[\frac{K_I}{s} + K_P \right] \times \frac{K_t}{Js + B}$$

$$= \frac{K_I \cdot \left(\frac{K_P}{K_I} (s+1) \right) \times \frac{K_t/B}{\left(\frac{J}{B} s + 1 \right)}}{s}$$

選擇 $J/B = K_p/K_I$

即可將受控馬達極點消去

實例說明PI Control 設計過程

將極點消去後，系統的開迴路轉移函數：

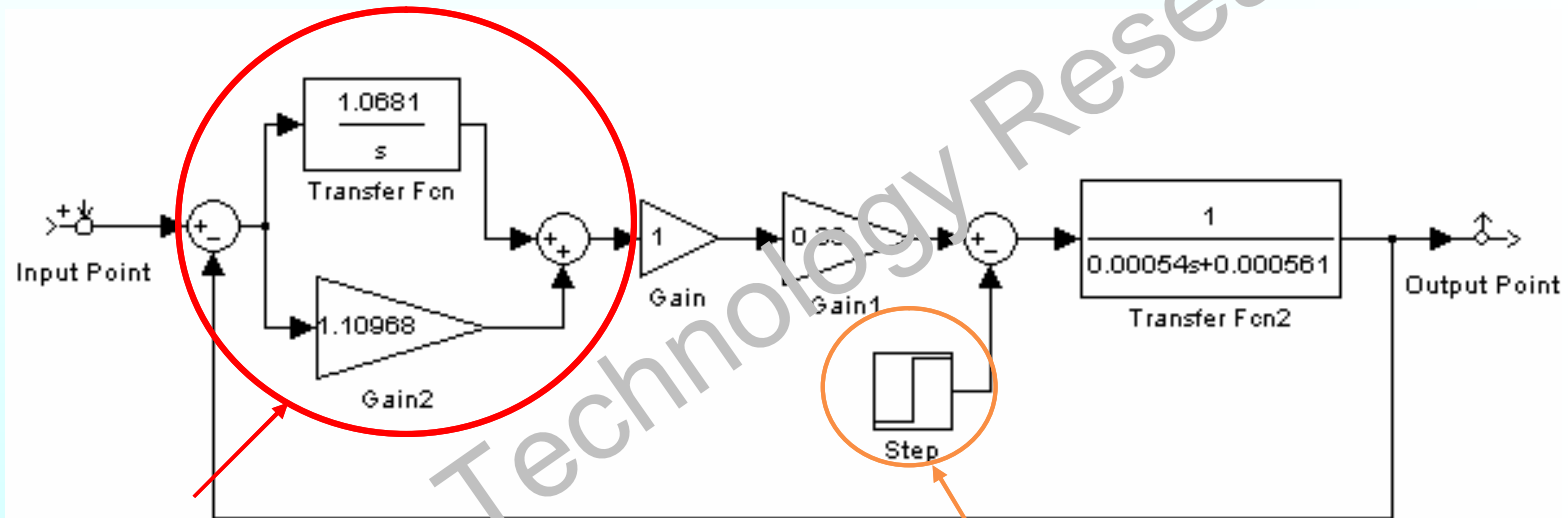
$$G(s) = \frac{K_I \cdot K_t / B}{s} \leftarrow \text{Gain Cross Over Frequency}$$

決定開迴路之增益交越頻率即等效於決定閉迴路系統之頻寬

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{cw} = \frac{K_I \cdot K_t}{B} \\ \frac{K_p}{K_I} = \frac{J}{B} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} K_I = \frac{\omega_{cw} \cdot B}{K_t} \\ K_p = \frac{K_I \cdot J}{B} \end{array} \right.$$

以Simulink模擬設計結果

系統方塊圖：



PI Controller

Disturbance

實例說明PI Control 設計過程

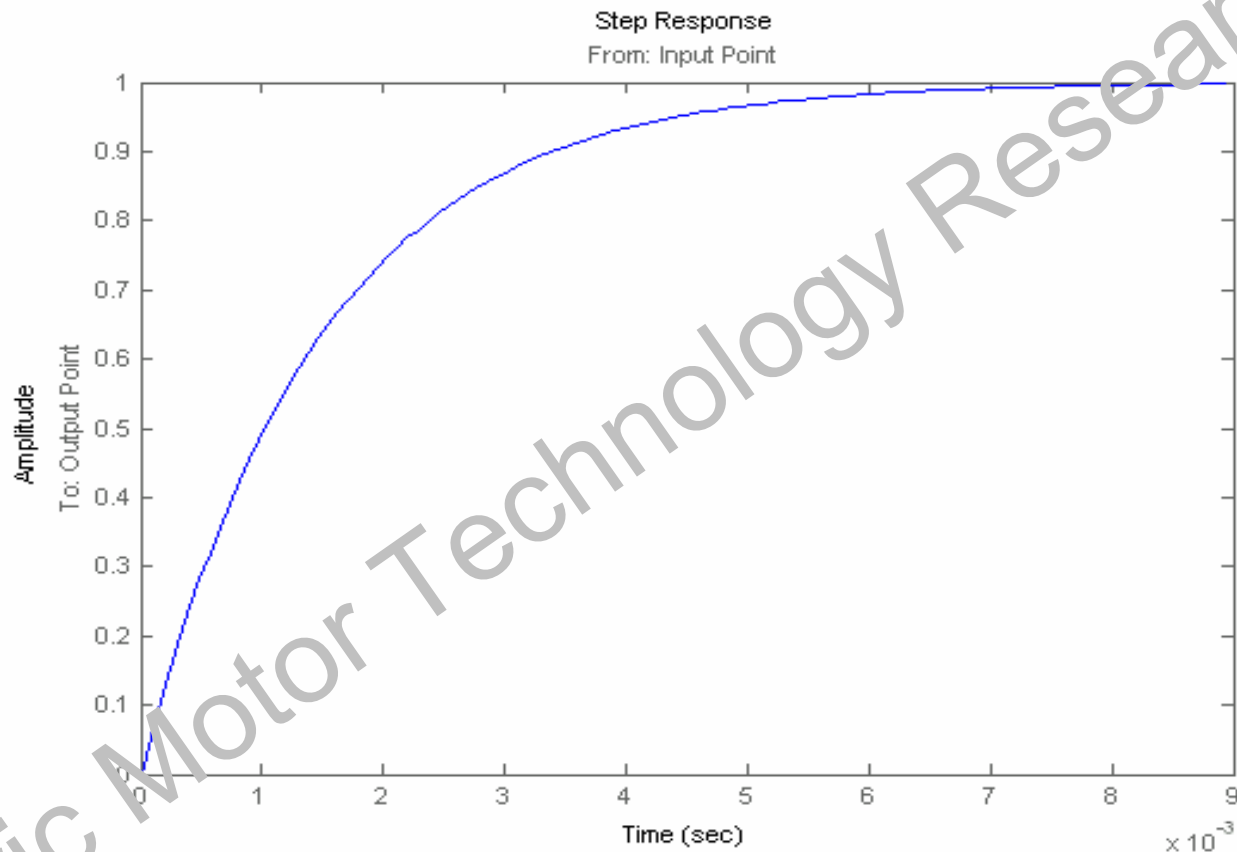
將與IP設計過程中相同的馬達參數規格代入以上推導式中：

$$K_I = \frac{(100 \cdot 2\pi) \times 0.000561}{0.33} = 1.0681$$

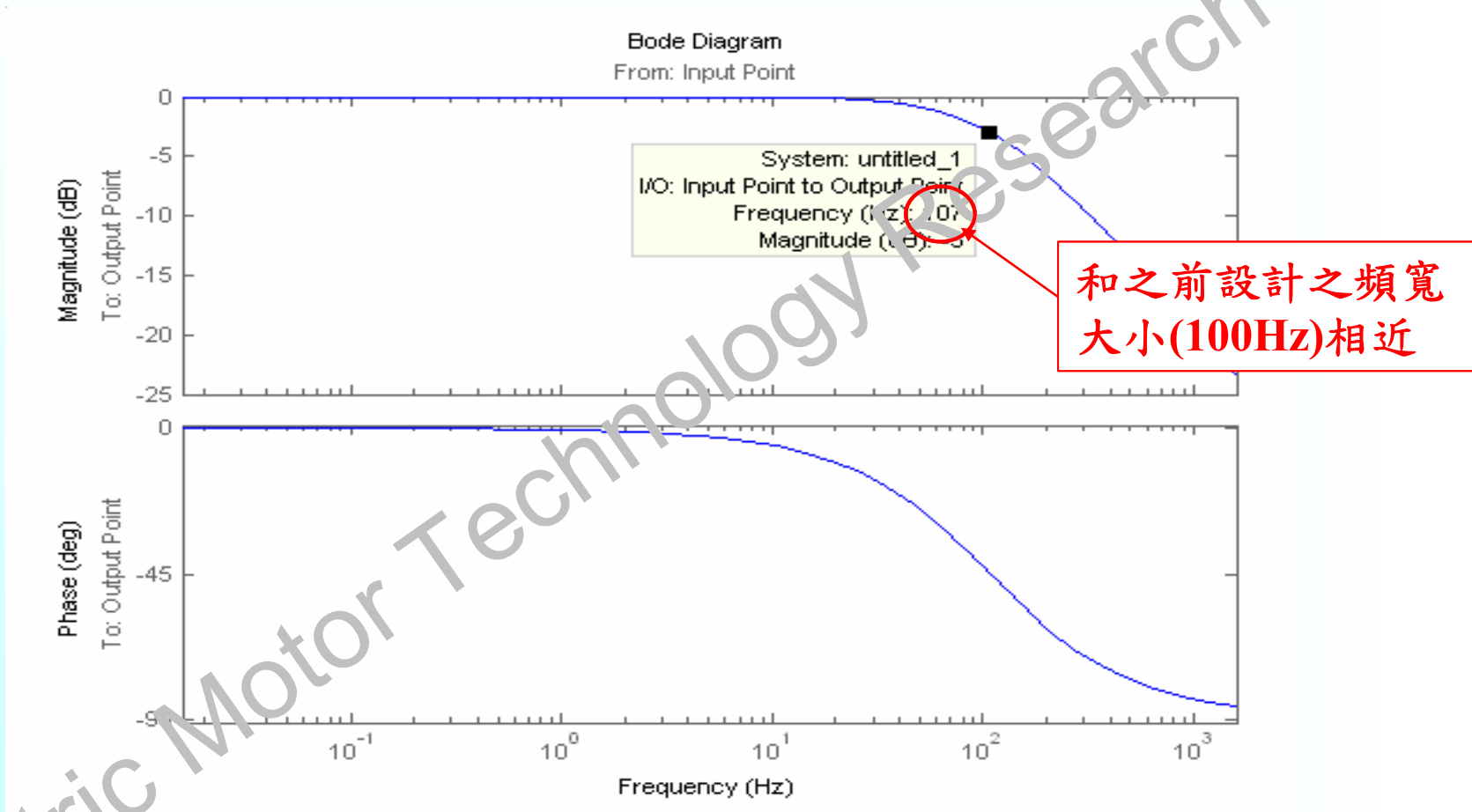
$$K_P = \frac{J}{B} \times K_I = \frac{0.00054}{0.000561} \times 1.068 = 1.10968$$

參數設計完成

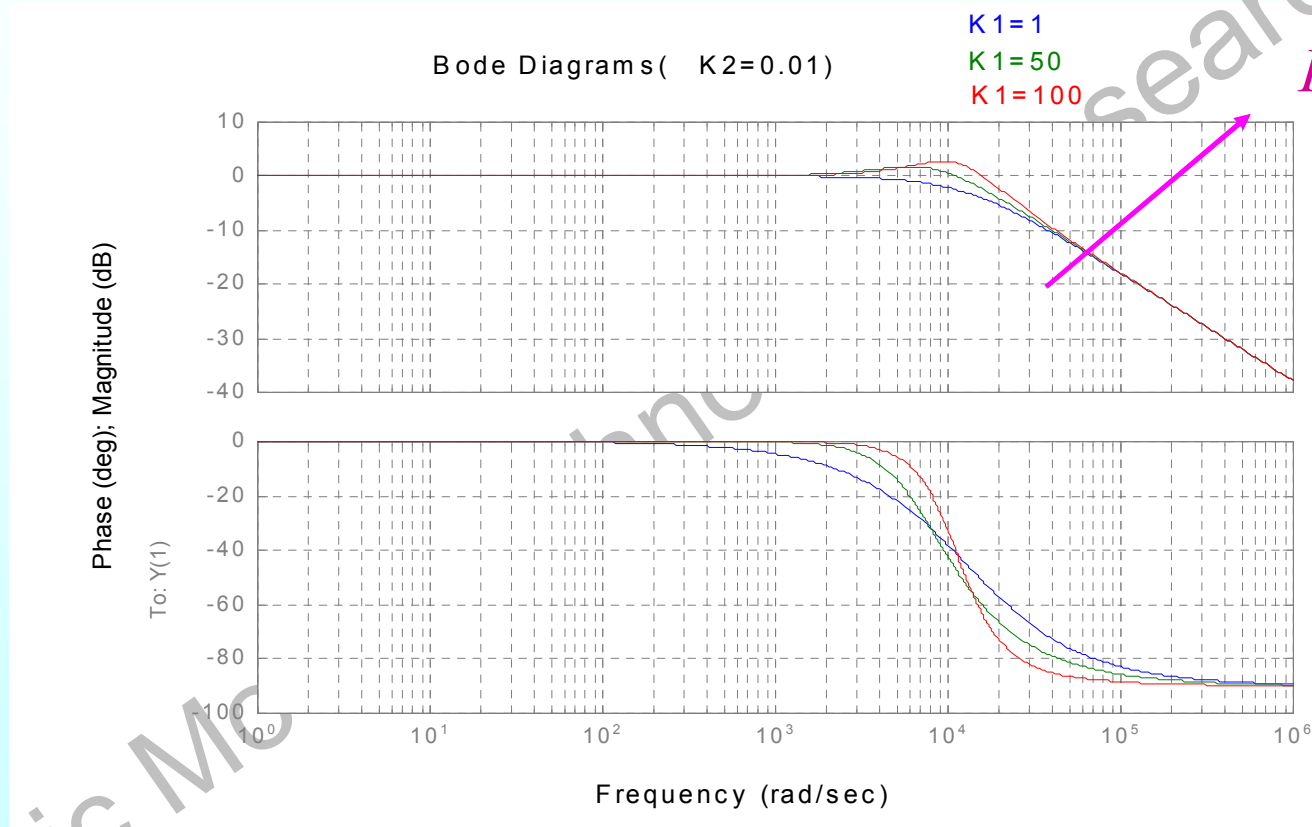
步階響應



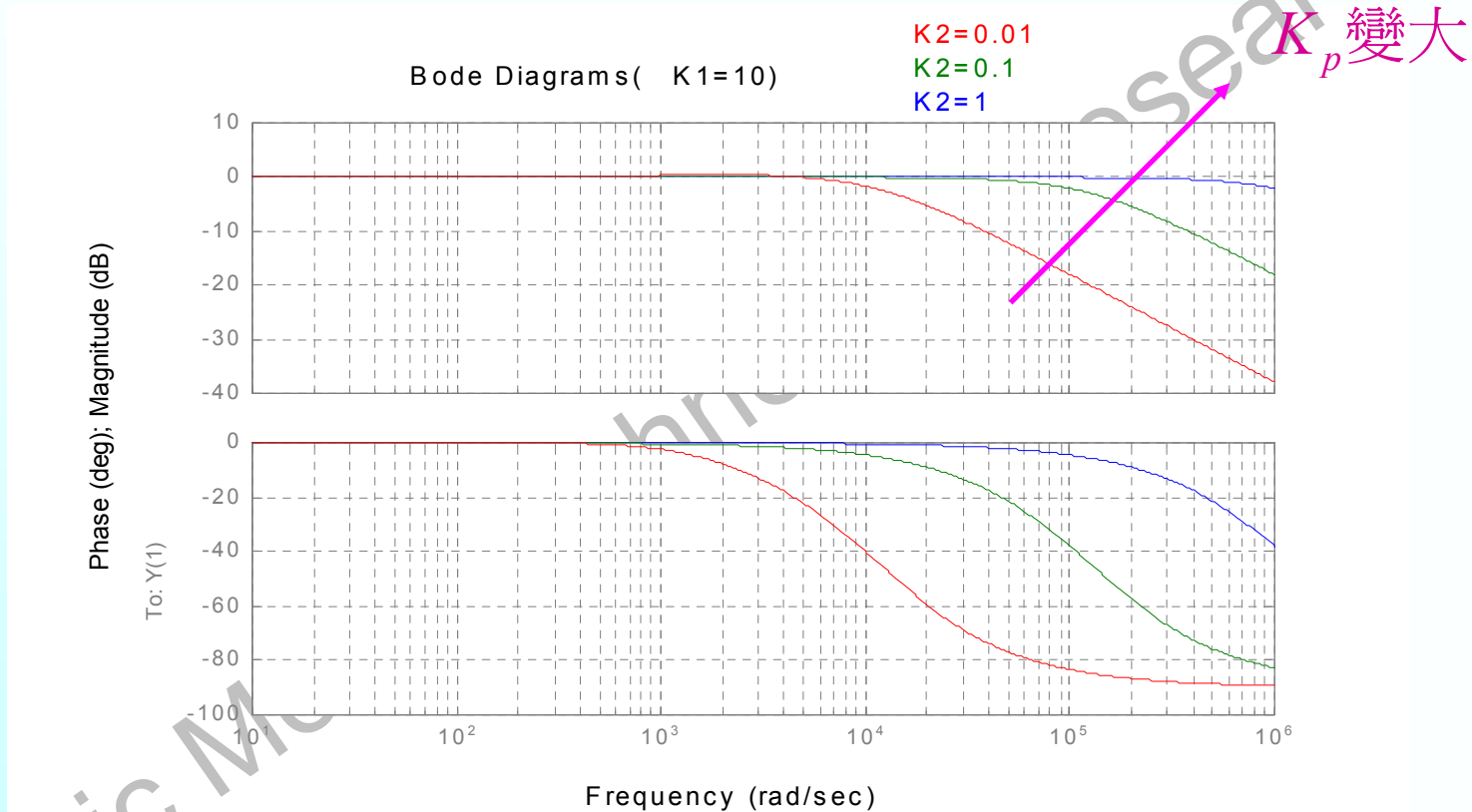
Bode Plot



K_I 對系統的影響

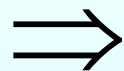


K_p 對系統的影響



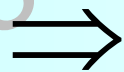
P-I control 之結論

K_I 值增大:



1. 高頻增益不變
2. Overshoot 增大

K_p 值增大:



1. 頻寬增大
2. Overshoot 不變

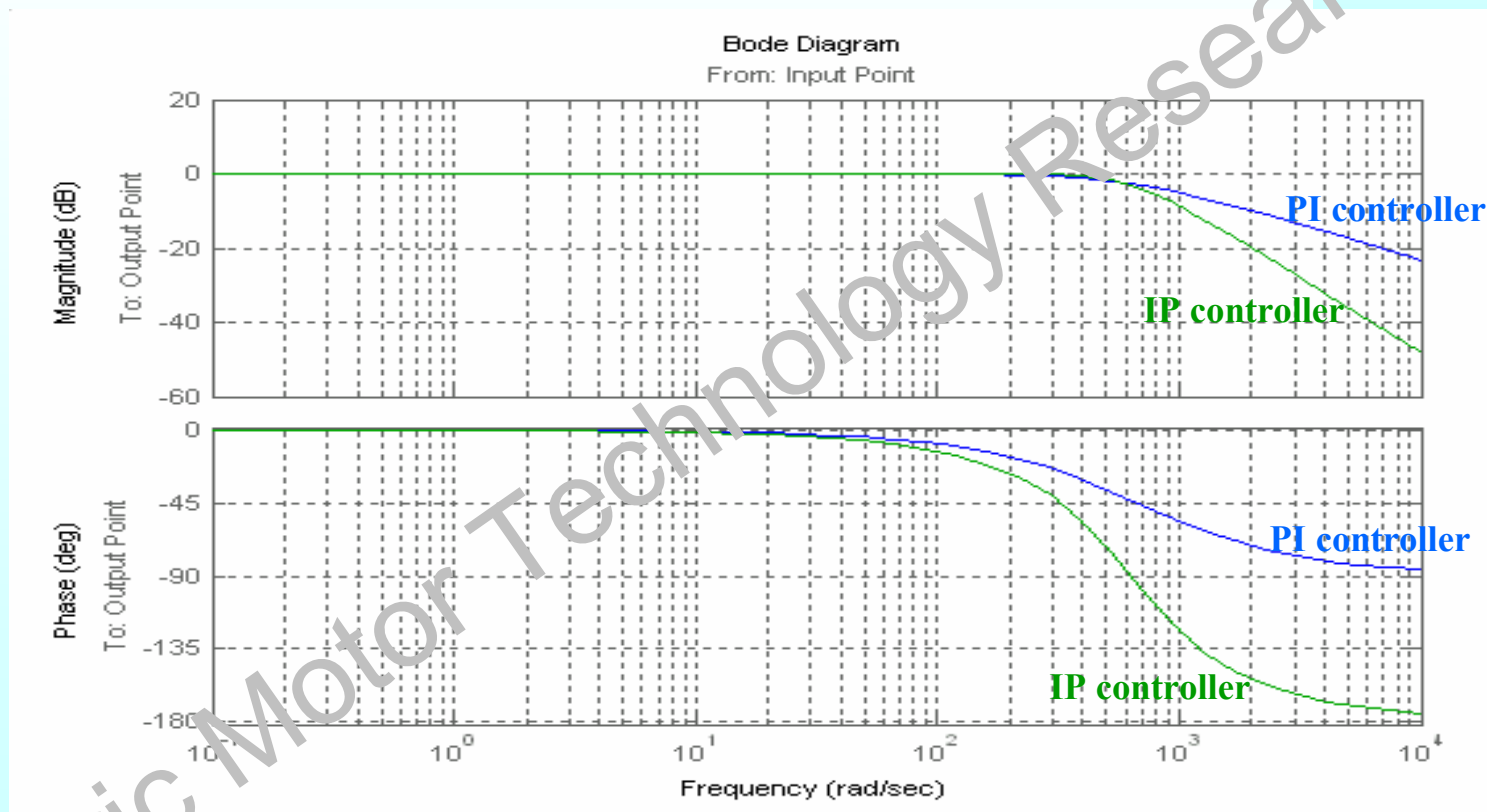
I-P 與 P-I 之比較

設計方式之比較

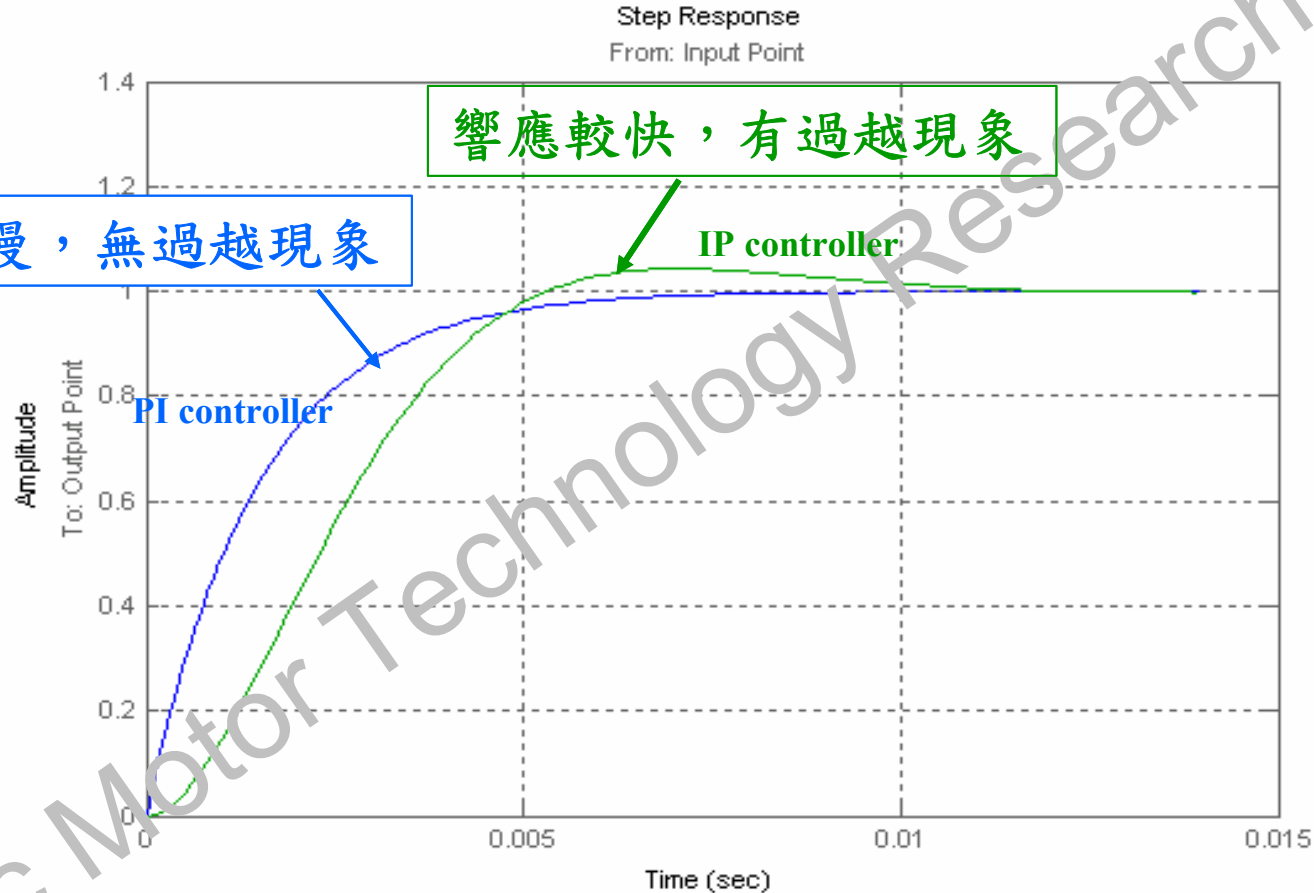
- IP設計方式-與標準二階系統做參數比較
- PI設計方式-有多種設計方式，於此我們採用極零點對消方法，降為一階系統

時域響應(Bode Plot):

PI於高頻時相位落後較嚴重



Transient Response

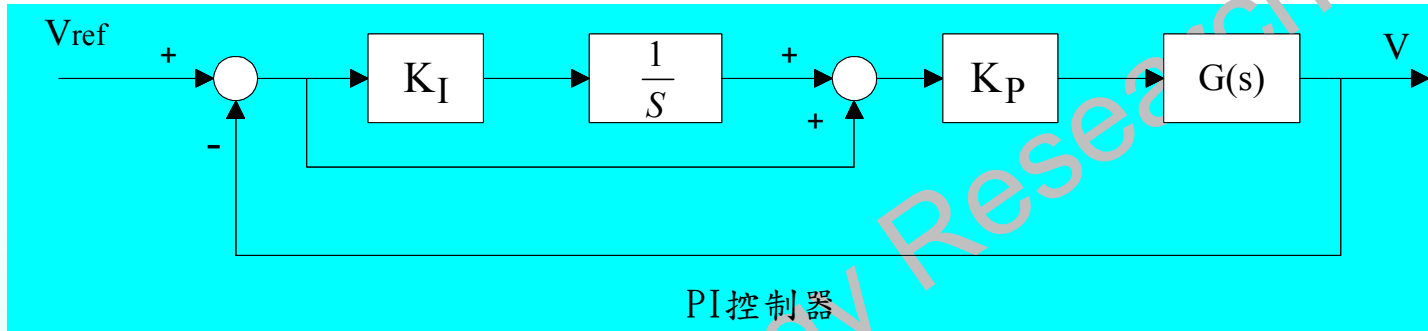


IP與PI之綜合比較

■ 時域與頻域響應：

控制器架構	IP控制器	PI控制器
設計方式	比對標準二階	極零點對消
系統架構	標準二階系統	降為一階系統
主極點位置	離虛軸近	離虛軸遠
系統響應	響應較快 有過越現象	響應較慢 無過越現象

Kollmorgen 之 PI controller



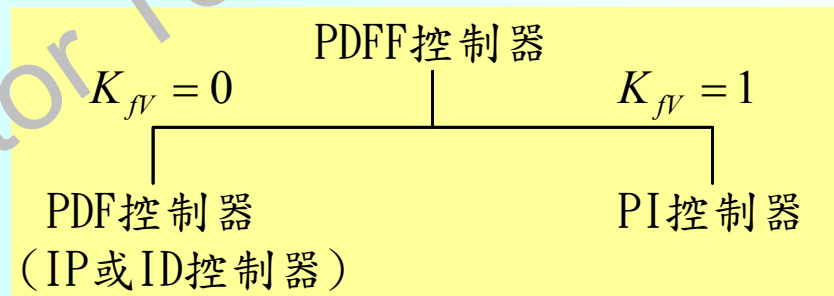
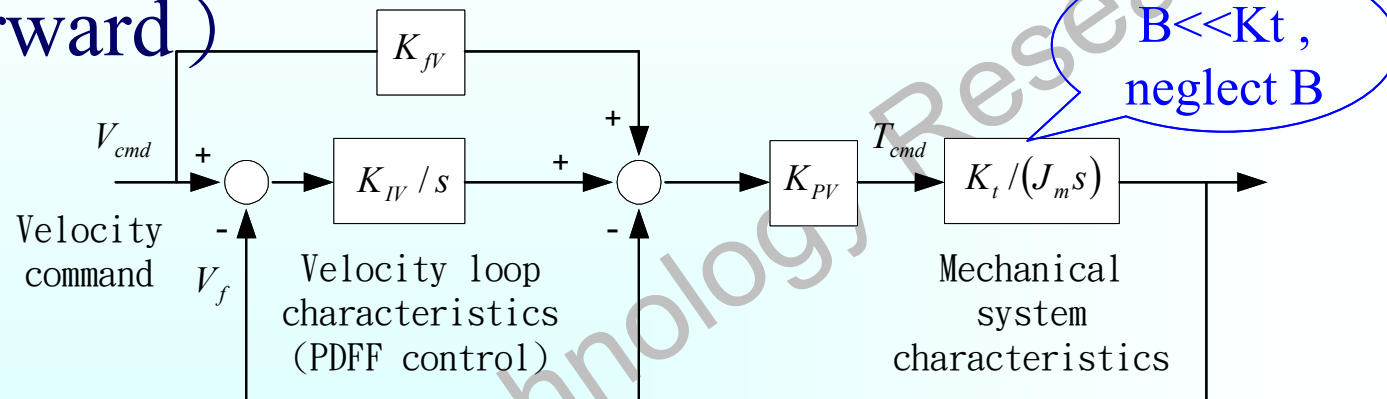
$$\frac{V}{V_{\text{ref}}} = \frac{(K_I K_P + K_P \cdot s)N(s)}{s \cdot D(s) + (K_I K_P + K_P \cdot s)N(s)}$$

$$K_1 = K_I$$

$$K_2 = 1$$

PDFF 控制架構

(Pseudo Derivative Feedback Feed-forward)




PDFF設計分析

將PDFF轉移函數對照下列形式：

$$T(s) = \frac{K_{FR} \cdot (2\zeta\omega_n)s + \omega_n^2}{s^2 + (2\zeta\omega_n)s + \omega_n^2}$$

 $s = j\omega_{BW}$ 代入 $\rightarrow \omega_{BW}$: 頻寬

$$\left| \frac{K_{FR} \cdot 2\zeta\omega_n (j\omega_{BW}) + \omega_n^2}{(j\omega_{BW})^2 + 2\zeta\omega_n (j\omega_{BW}) + \omega_n^2} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

 $\omega_{BW}^4 - 2[2\zeta^2(2K_{FR}^2 - 1) + 1]\omega_n^2\omega_{BW}^2 - \omega_n^4 = 0$

PDFF設計分析

解方程式得：

$$\omega_n = \frac{\omega_{BW}}{\sqrt{1 + 2\zeta^2(2K_{FR}^2 - 1) + \sqrt{[1 + 2\zeta^2(2K_{FR}^2 - 1)]^2 + 1}}}$$

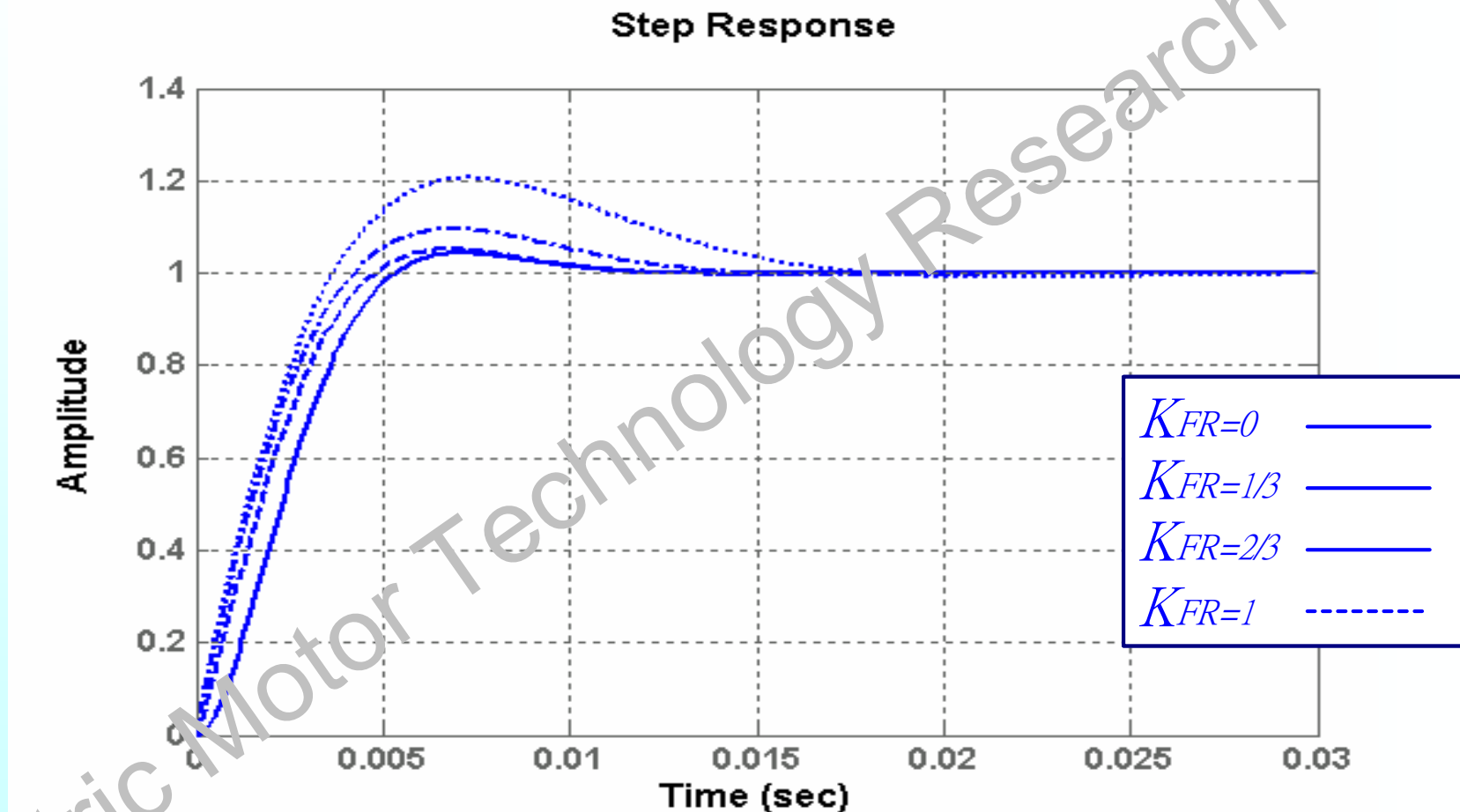
由上式可知決定頻寬 ω_{BW} 、阻尼比 ζ 和 K_{FR} 後，即可得到 ω_n

由於系統轉移函數分母為標準二階，將 ω_n 、 ζ 代入，對應系統參數，則可以推導出 K_I 、 K_P

$$K_P = \frac{2\omega_n\zeta \cdot J - B}{K_t}$$

$$K_I = \frac{\omega_n^2 \cdot J}{K_P \cdot K_t}$$

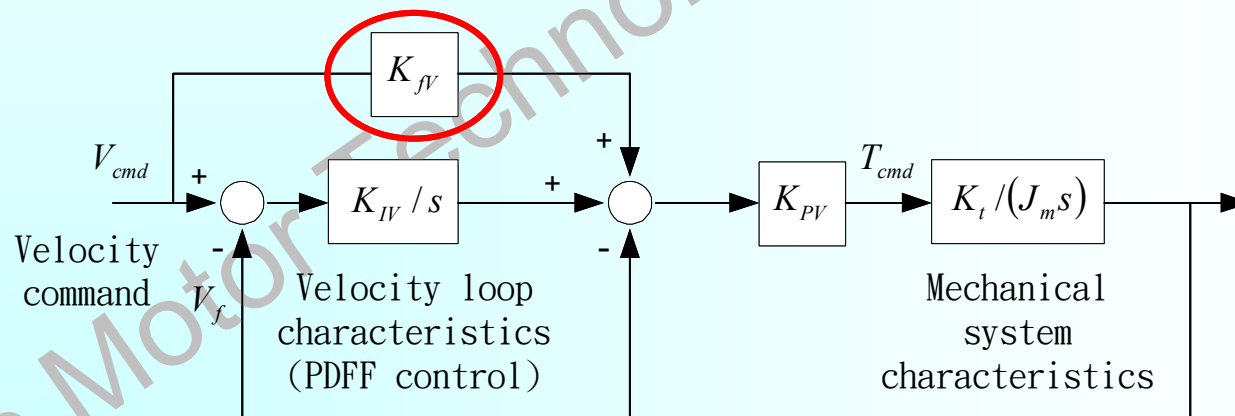
從響應圖驗證PDFFF與PI, IP之關係



從響應圖驗證PDFF與PI, IP之關係

從變化PDFF中 K_{FR} 值之響應圖可驗證以下結論:

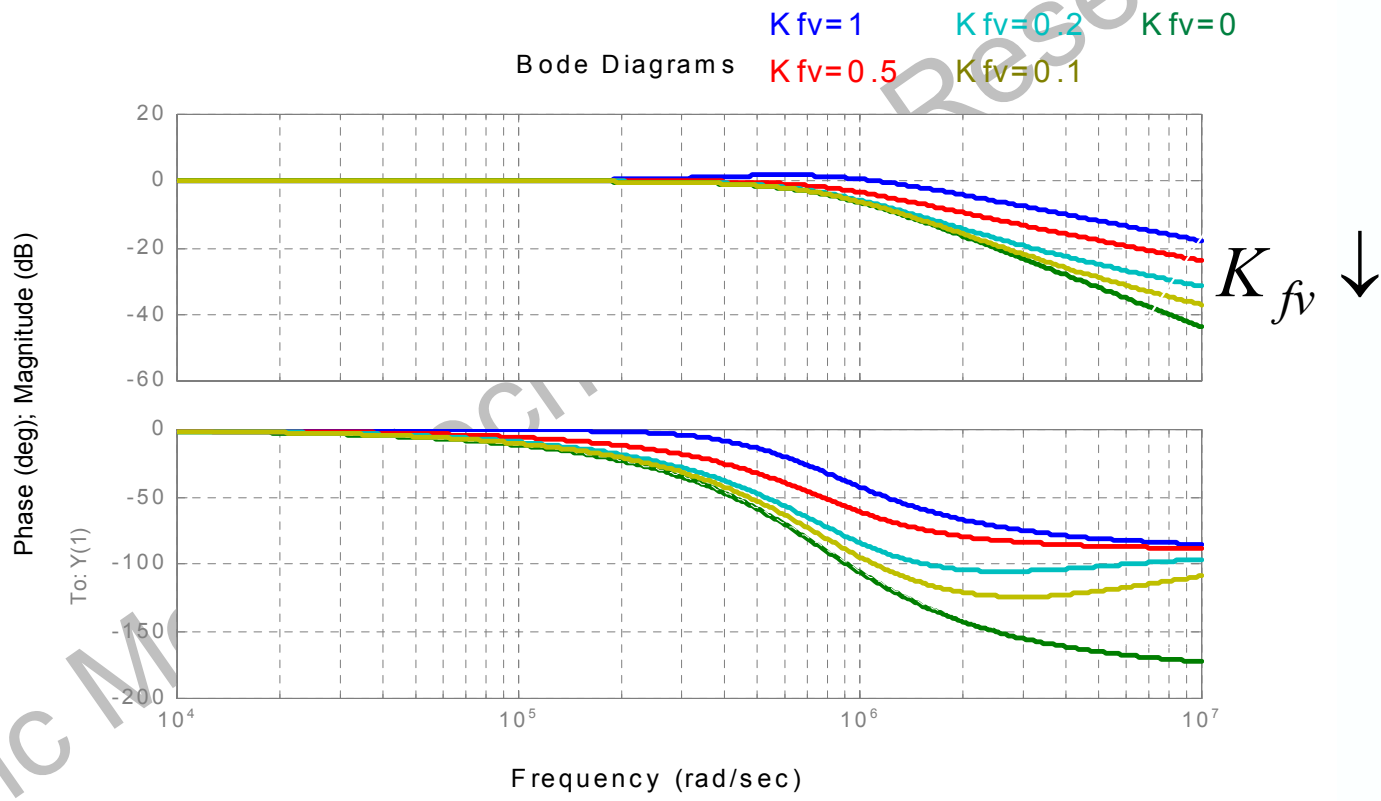
- 當 $K_{FR} \sim 1$ 時, PDFF退化為PI控制器, 暫態的響應速度最快
- 而 $K_{FR} = 0$ 時, PDFF則退化為IP控制器



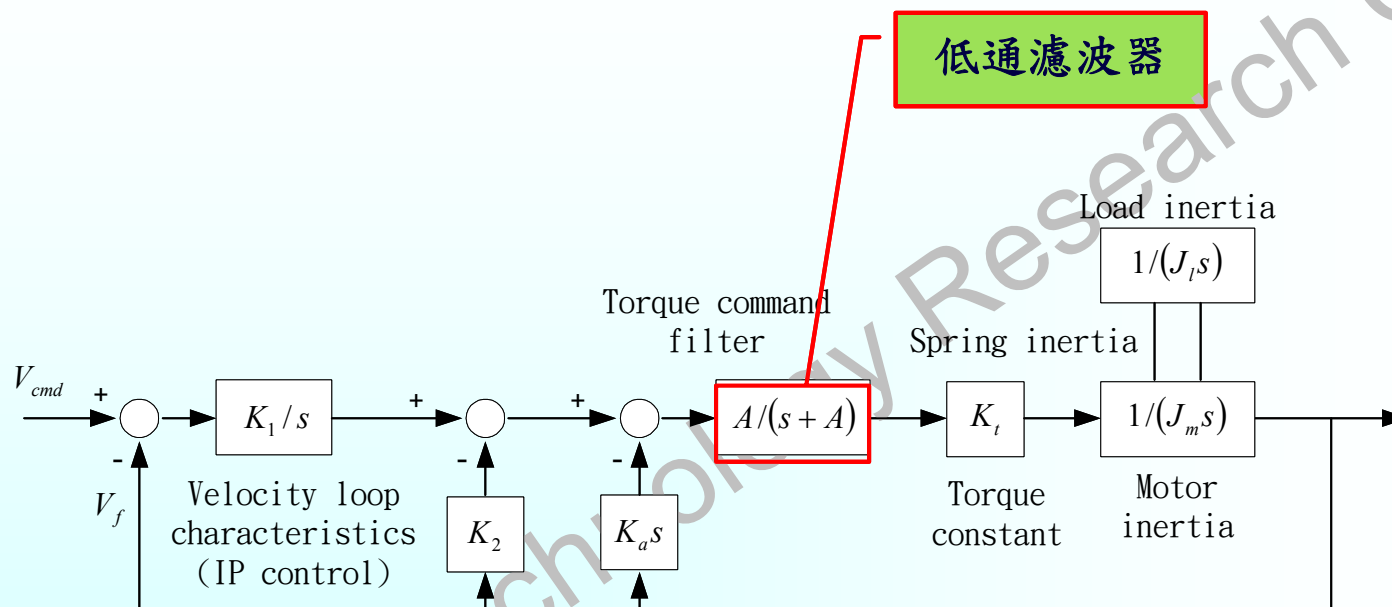
PDFF控制器架構

K_{fv} 對系統的影響

$$\frac{V_f}{V_{cmd}} = \frac{K_{fv}K_{IV}K_t s / J_m + K_{PV}K_{IV}K_t / J_m}{s^2 + (K_{PV}K_t / J_m)s + K_{PV}K_{IV}K_t / J_m}$$

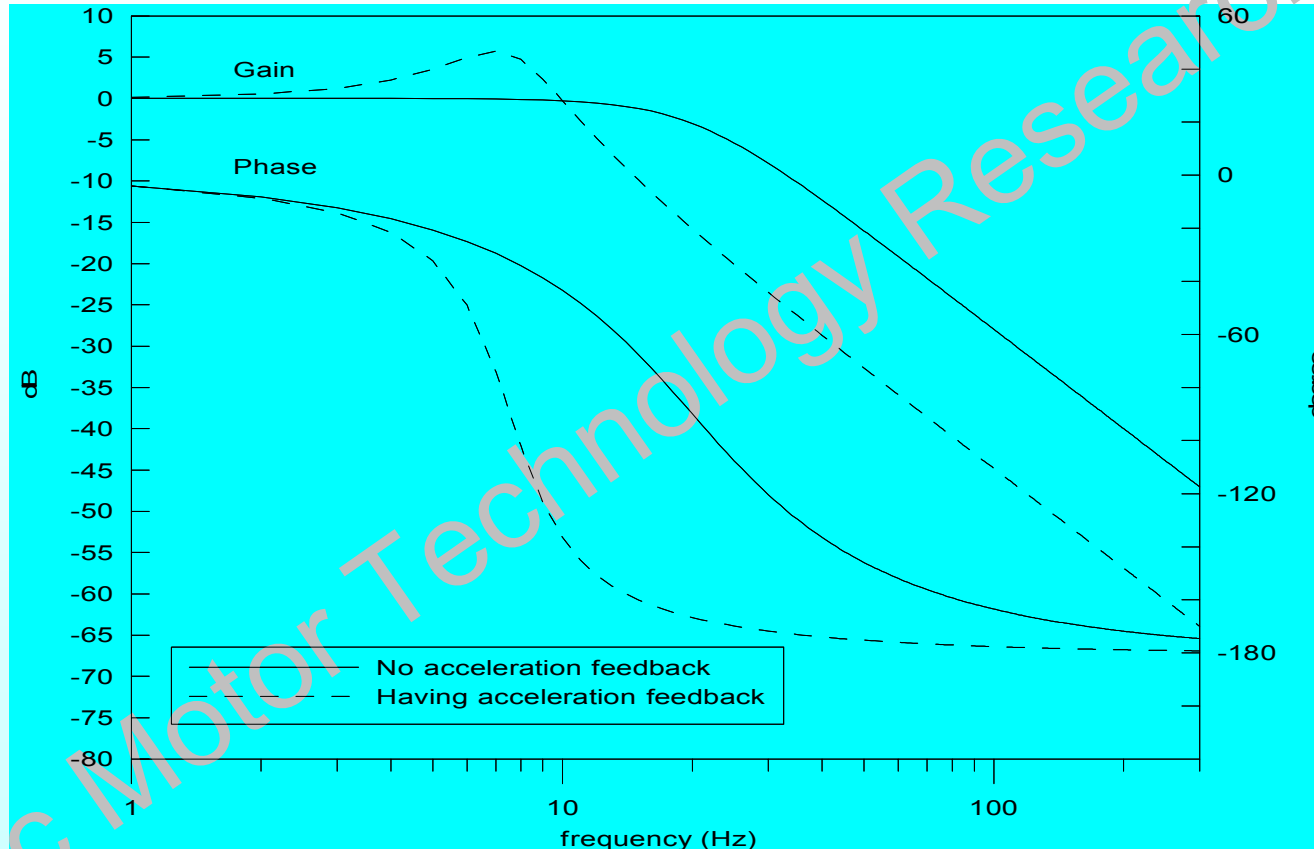


加速度迴授

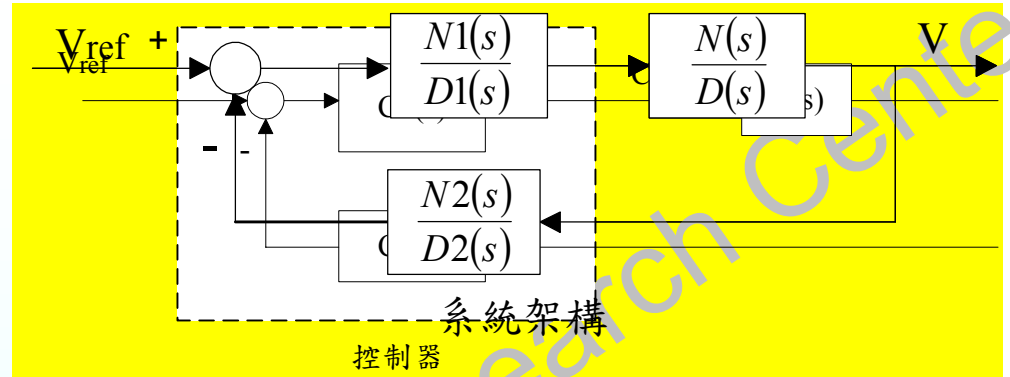


$$H(s) = \frac{V_f}{V_{cmd}} = \frac{K_t K_1}{(J_m + K_t K_a) s^2 + K_t K_2 s + K_t K_1}$$

有無加速度迴授之比較



PP 控制器



$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

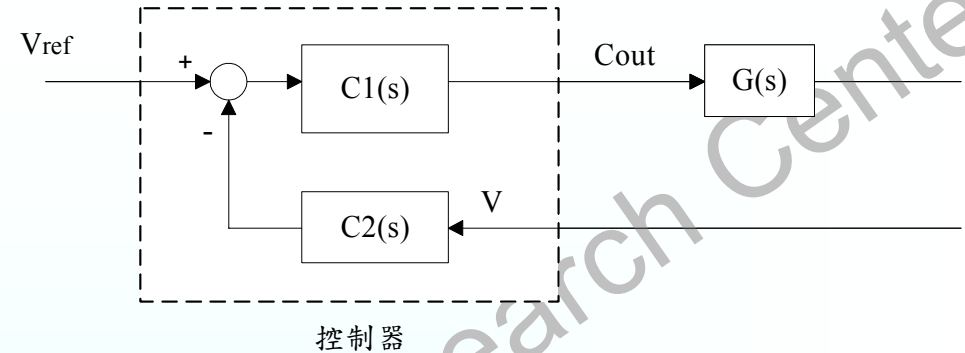
$$G_f(s) = \frac{N_f(s)}{D_f(s)}$$

← performance

$$G_f(s) = \frac{N_f(s)}{D_f(s)} = \frac{N1(s) \cdot N(s) \cdot D2(s)}{D1(s) \cdot D2(s) \cdot D(s) + N1(s) \cdot N2(s) \cdot N(s)} = \frac{V(s)}{V_{ref}(s)}$$

$$D_f(s) = D1(s) \cdot D2(s) \cdot D(s) + N1(s) \cdot N2(s) \cdot N(s)$$

← Diophantine equation



$$\deg N(s) \leq \deg D(s) = n$$

$$\deg N_1(s) \leq \deg D_1(s) = m_1$$

$$\deg N_2(s) \leq \deg D_2(s) = m_2$$

G(s) C1(s) C2(s)

← strictly proper

$$\deg D_f(s) = (n + m_1 + m_2)$$

$$D_f(s) = D1(s) \cdot D2(s) \cdot D(s) + N1(s) \cdot N2(s) \cdot N(s)$$

$$D(s) = D_0 + D_1s + \cdots + D_n s^n$$

$$N(s) = N_0 + N_1s + \cdots + N_n s^n$$

$$D1(s) = D1_0 + D1_1s + \cdots + D1_{m_1} s^{m_1}$$

$$N1(s) = N1_0 + N1_1s + \cdots + N1_{m_1} s^{m_1}$$

$$D2(s) = D2_0 + D2_1s + \cdots + D2_{m_2} s^{m_2}$$

$$N2(s) = N2_0 + N2_1s + \cdots + N2_{m_2} s^{m_2}$$

$$D_f(s) = F_0 + F_1s + \cdots + F_{(n+m_1+m_2)} s^{n+m_1+m_2}$$

$$(n + m_1 + m_2 + 1) \times 2(m_1 + m_2 + 2)$$

$$S_m C_m = \begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \\ \vdots \\ F_{(n+m_1+m_2)} \end{bmatrix}$$

$$(n + m_1 + m_2 + 1) \leq 2(m_1 + m_2 + 2)$$
$$\Rightarrow (n - 3) \leq m_1 + m_2$$

PP控制器的優點

- 較高的閉迴路頻寬
- 能改善系統的穩定性與強健性
- 提供沒有超越量的設計
- 直接從數學上決定