

如何調整PID控制參數

- 調整KP、KI、KD的方法有四種：

- (1) Ziegler-Nichols Method
- (2) 北森法-部份模型匹配設計法
- (3) 高橋法
- (4) Cohen和Coon設計法
- (5) Tuning PID by Calculation

Ziegler Nichol's Method

- 調整步驟：將 K_p ， K_i 和 K_d 先設至零，將 K_p 調大到系統至臨界穩定(振盪)時，所得的值定義為 K_{max} ；此時的振盪頻率定義為 F_0 ，振盪週期定義為 $T_0 = 1/F_0$ 。

$$G_C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$
$$\Rightarrow G_C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

K_p ：比例增益常數

T_i ：積分時間常數

T_d ：微分時間常數

K_i ：積分增益常數 ($K_i = K_p/T_i$)

K_d ：微分增益常數 ($K_p T_d$)

根據下表的值調整 K_p ， K_i ， K_d 的大小。

控制器類型	K_p	T_i	T_d
P	$0.5 K_{cp}$	∞	0
PI	$0.45 K_{cp}$	$(1/1.2)cp$	0
PID	$0.6 K_{cp}$	$0.5 T_{cp}$	$0.125 T_{cp}$

Ziegler-Nichols調整準則的優缺點：

- **優點：**此法是以實驗的方法不斷地調整 K_p 值而求得 K_{max} 和 T_0 ，因此在無法得知控制對象的數學模型的情況下，此法仍然適用。在實用上，雖然不能得到令人滿意的暫態響應，此準則仍然可以提供我們一個有經驗的猜測，因此在一般情況下常被使用。
- **缺點：**雖然此法方便且實用，但在至少兩種情況下不適用：
 - (1) 若系統為一穩定系統（如二階穩定系統， $\zeta > 1$ ）則不管 K_{cp} 值多大都不能造成系統震盪輸出，因此無法適用。
 - (2) 若系統本身無法承受持續震盪現象的發生，則此法在使用上便極不恰當。

部份模型匹配法?!

提出者： 日本學者 北森氏

適用對象：控制對象的轉移函數已確定的情況

在此情況下，各種控制作用的增益可以通過比較簡單的代數運算就能唯一確定，因而在工程上有一定的應用價值。

如何使用?

假設包括控制器在內的系統轉移函數為

$$H(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots}$$



b_0 、 b_1 、 b_2 、 a_0 、 a_1 、 a_2
為由系統結構及參數決定的常數

$$H(s) = \frac{1}{\frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots}} = \frac{1}{c_0 + c_1s + c_2s^2 + \dots}$$

轉移函數之分母系列表示

作為期望的分母系列表示的轉移函數為

$$H(s) = \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \dots} \quad \alpha_i > 0$$

北森氏推薦理想響應時的分母係數為

$$\{ \alpha_i \} = \{ 1, 1, 0.5, 0.15, 0.03, 0.003, \dots \}$$

假設達到指令值約60% 的時間為 T_σ (等效時間常數)

$$H(s) = \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \dots}$$



變回實際時間標度

$$H_m(s) = \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 T_\sigma s + \alpha_2 T_\sigma^2 s^2 + \dots}$$

期望的系統分母系列表達式



$$H(s) = \frac{1}{c_0 + c_1 s + c_2 s^2 + \dots}$$



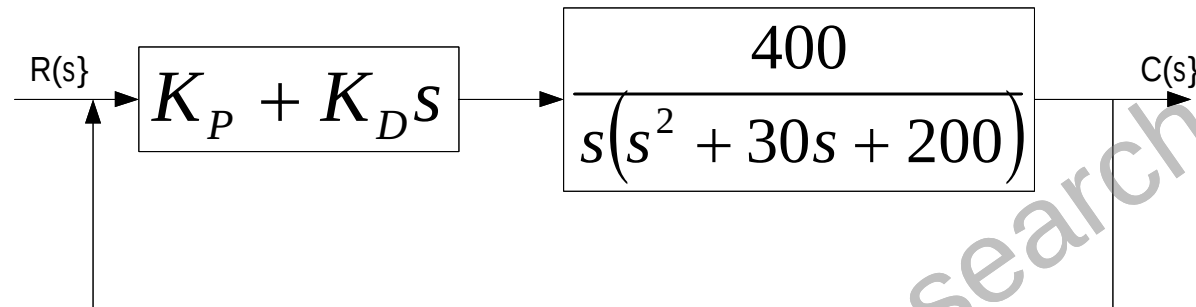
以s的低次項開始，
逐項比較，使之相等

$$H_m(s) = \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 T_\sigma s + \alpha_2 T_\sigma^2 s^2 + \dots}$$

簡而言之：

使控制系統的部份模型分別與期望響應部份模型相匹配
以求出各控制作用的增益

舉例說明北森法之應用：

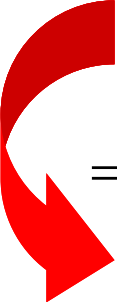


系統之閉迴路轉移函數

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{400K_P + 400K_D s}{s^3 + 30s^2 + (400K_D + 200)s + 400K_P}$$

改寫成分母系列表示式

$$= \frac{1}{s^3 + 30s^2 + (400K_D + 200)s + 400K_P}$$
$$400K_P + 400K_D s$$


$$= \frac{1}{1 + \left(\frac{60}{400K_D} - \frac{2K_P}{400K_D^2} - \frac{200}{400K_P} \right) s + \left(\frac{30}{400K_P} - \frac{200K_D}{400K_P^2} \right) s^2 + \dots}$$

How to do this?



$$\frac{s^3 + 30s^2 + (400K_D + 200)s + 400K_P}{400K_P + 400K_D s}$$

$$\frac{1}{K_D} s^2 + \frac{30K_D - K_P}{K_D^2} s + \frac{200K_D^2 + 400K_D^3 - 30K_P K_D + K_P^2}{K_D^3} + \frac{30\left(\frac{K_P}{K_D}\right)^2 - \left(\frac{K_P}{K_D}\right)^3 - 200\frac{K_P}{K_D}}{K_D s + K_P}$$

By Maclaurin's Series

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots, |x| < 1 \quad \left(30\frac{K_P}{K_D^2} - \frac{K_P^2}{K_D^3} - 200\frac{1}{K_D}\right) \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{K_D}{K_P}\right)s}$$

$$\left(30\frac{K_P}{K_D^2} - \frac{K_P^2}{K_D^3} - 200\frac{1}{K_D}\right) \cdot \left[1 - \left(\frac{K_D}{K_P}s\right) + \left(\frac{K_D}{K_P}s\right)^2 - \left(\frac{K_D}{K_P}s\right)^3 + \dots\right]$$

$$1 + \left(\frac{60}{400K_D} - \frac{2K_P}{400K_D^2} - \frac{200}{400K_P}\right)s + \left(\frac{30}{400K_P} - \frac{200K_D}{400K_P^2}\right)s^2 + \dots$$

選擇模型

$$\frac{1}{1 + T_{\sigma}s + 0.5T_{\sigma}^2s^2 + \dots}$$



$$\frac{1}{1 + \left(\frac{60}{400K_D} - \frac{2K_P}{400K_D^2} - \frac{200}{400K_P} \right)s + \left(\frac{30}{400K_P} - \frac{200K_D}{400K_P^2} \right)s^2 + \dots}$$

比較係數

選擇時間常數 $T_{\sigma} = 0.3$

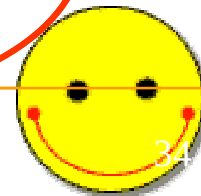
可得

$$s \text{ 項 } \frac{60}{400K_D} - \frac{2K_P}{400K_D^2} - \frac{200}{400K_P} = T_{\sigma}$$

$$s^2 \text{ 項 } \frac{30}{400K_P} - \frac{200K_D}{400K_P^2} = 0.5T_{\sigma}^2$$

$$K_P = 2.198$$

$$K_D = 0.13188$$



總結

寫出系統之閉迴路轉移函數



將轉移函數整理成分母型式表示



選用匹配用模型並決定所期望的時間常數



比較係數，解聯立方程組



得到 K_p 、 K_I 、 K_D

北森法的優缺點：

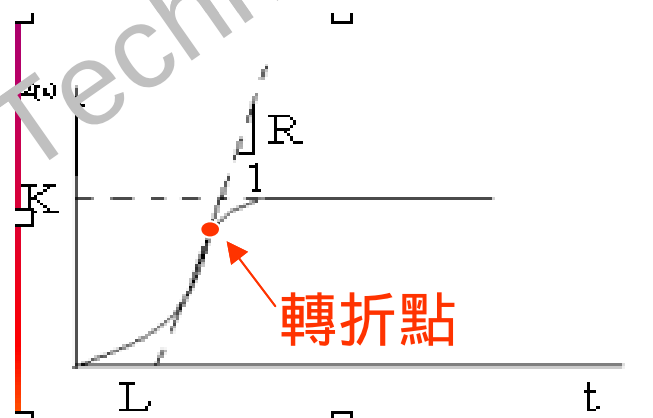
- **優點：** 因其利用轉移函數模型與定控制對象的特性來決定PID值，因此可適應各種控制對象，是一種具有泛用性的調整法。
- **缺點：** 由於在控制上要找到一固定正確且可以信賴的轉移函數模型實屬不易，因此在實用上此法較不容易發揮。

心得

部份模型匹配法固然可以依據所期望的時間來決定 PID 控制器的各項參數值，不過由於在將閉迴路轉移函數做整理時需經過十分繁雜的代數計算，以及聯立方程組求解，故可說是一大困難的挑戰。

高橋調整法則

一步階響應如圖所示，稱之為程序反應曲線 (process reaction curve)。在曲線最斜的地方，也就是轉折點畫一條切線，其斜率為 R ，稱為反應速度 (speed of response)。將切線與橫軸的交點時刻當作 L ，稱為延遲 (delay)。穩態響應之值，也就是常數增益 K 。



調整PID法則

將PID控制器視為輸入偏差、輸出操作量的系統它的轉移函數 (Transfer Function) 為

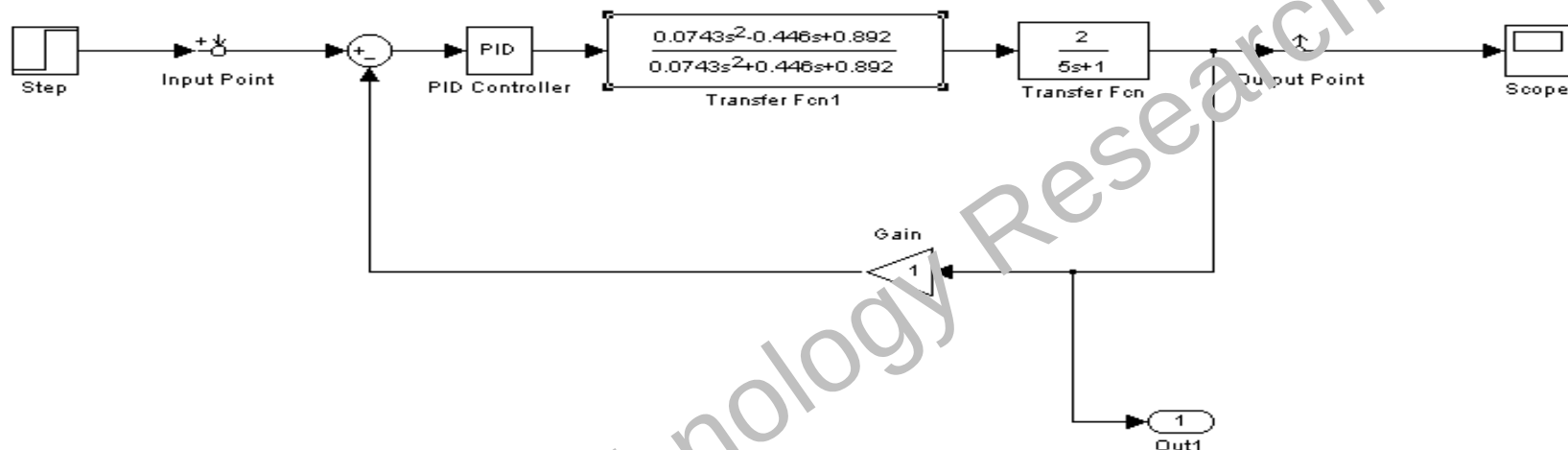
$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I S} + T_D S \right)$$

$$\frac{K_p}{T_I} = K_I$$

$$K_p \times T_D = K_D$$

以實例說明高橋調整法則

控制方塊圖：

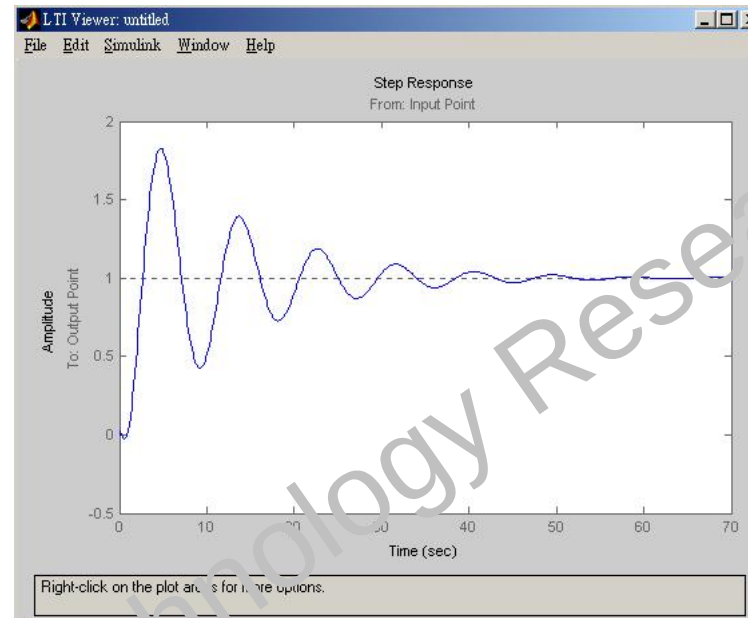


利用積分與空載時間系統(1)式，可由數值計算求出，對外界步驟干擾變化使IAE最小的PID控制係數，換算上述的無次元參數後，如表：

控制型態	$K_p RL$	T_I/L	T_D/L
PID	1.3	2.2	0.45

(1) 第一次給予自行猜值

$K_p=1$
 $K_i=1$
 $K_d=0$



→ $R=0.9$ $L=1$

帶入上式，經換算可得一組新的PID係數

$K_p=1.86$ $K_i=0.844$ $K_d=0.837$