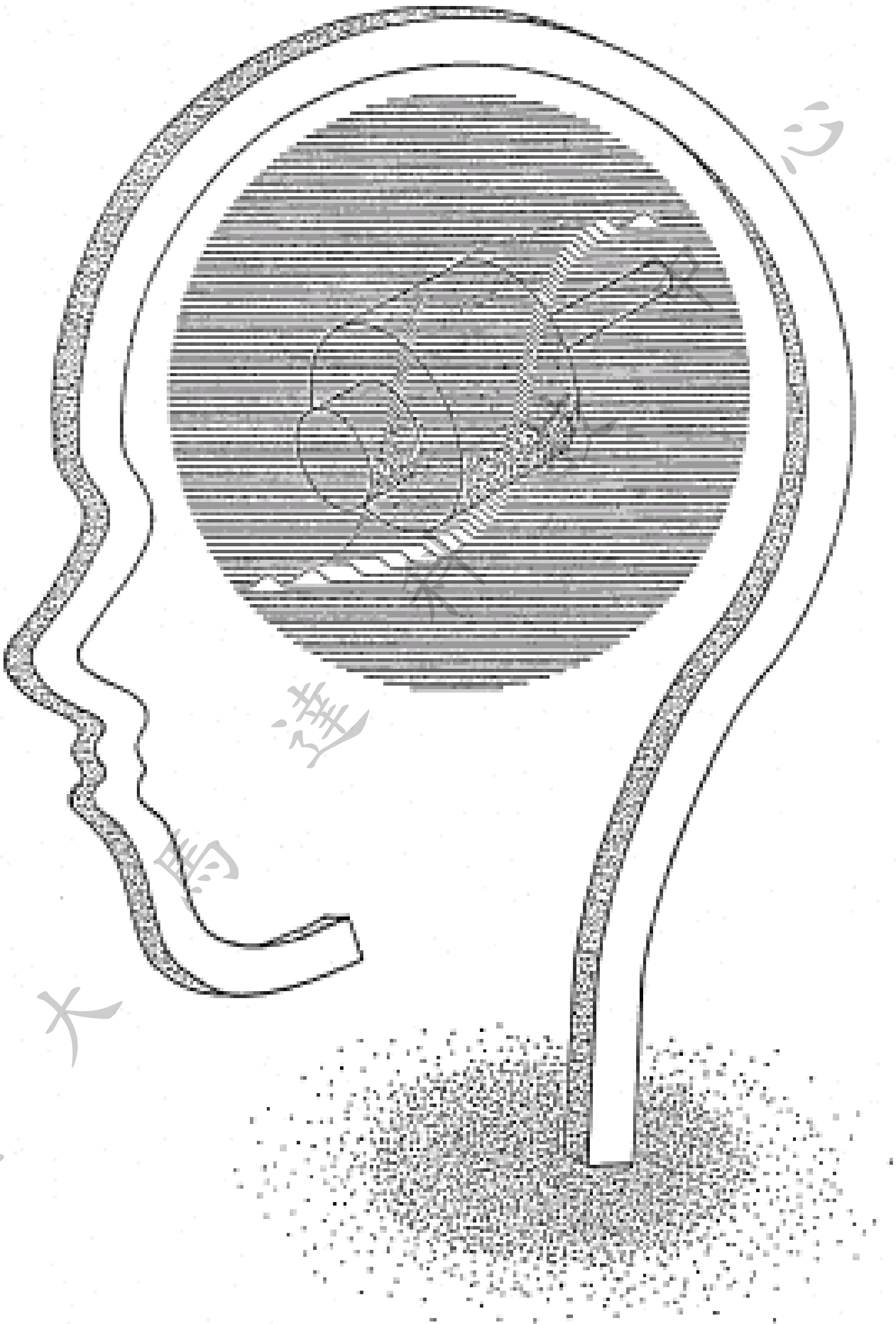
第 1 章 永久磁性直流(DC)馬達的原理

運用電磁原理操作的馬達種類繁多，它們當中，使用在自動化設備內做為致動器的永久磁性直流馬達，有著很特別的特性。本章將著重在解釋與永久磁性直流馬達有關的基本原理。



1.1 基本術語解釋

在各種不同型式的直流馬達中，圖 1-1 所示的馬達很適合用來瞭解此中的一些基本原理。

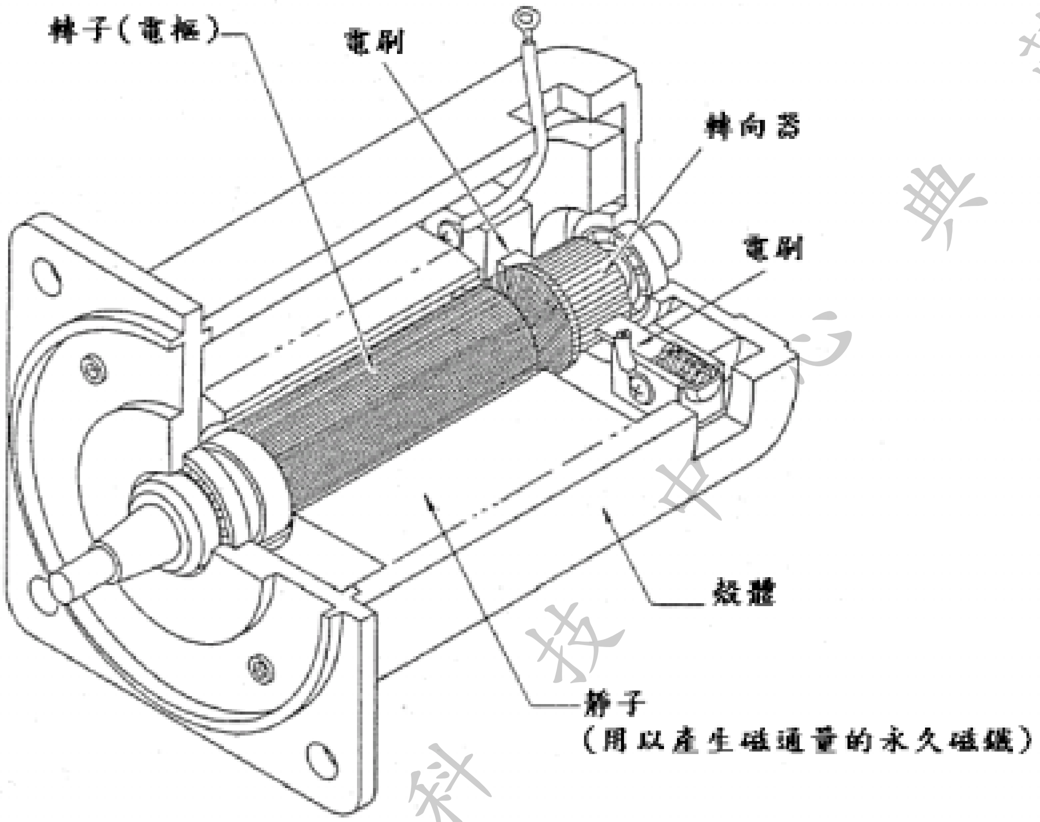


圖1.1 直流馬達的剖切立體視圖

然而，在解釋這些原理之前，得先認識許多常用的辭彙：

轉子(Rotor)： 馬達中的轉動部份。

靜子(Stator)： 馬達中的靜止部份。

場域系統(Field System)： 馬達中提供磁通量以產生轉矩的部份。在圖 1.1 所示的場域系統中，其包含了兩個永久磁鐵和一個鐵質殼體以構成靜子的一部份(參考圖 1.2)。

電樞(Armature)： 馬達中攜載與場域磁通量交錯的電流以產生轉矩的部份。在圖 1.1 的馬達中，其轉子也就是它的電樞，因為有線圈纏繞其上。這些線圈的作用是將電流從電刷和轉向器傳送到轉子。

電刷(Brushes)： 電路的一部份；電源供應器的電流即是經由電刷而傳送至電樞。電刷是以石墨或貴金屬材料製成，且直流馬達一般具有一或多對的電刷。如圖 1.1 所示，其電刷的一側係與電源供應的正極連接，而另一側則是與負極相接。

轉向器(Commutator)： 馬達中與電刷連接的部份。電流係藉由電刷和轉向器而均勻分佈在電樞的線圈內。

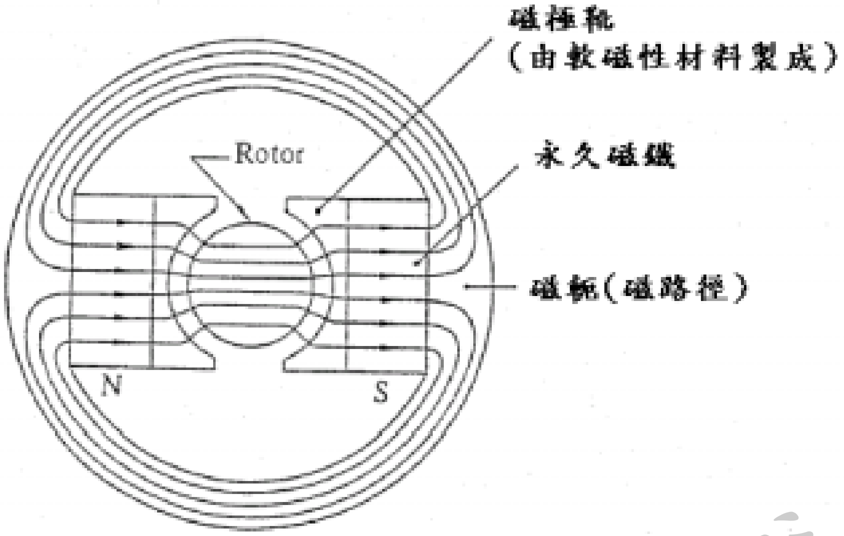


圖1.2 場域系統及磁通量的分佈情形

1.2 佛來明(Fleming's)左手定則和轉矩

直流馬達是以佛來明左手定則為基礎來定義轉矩的產生。

圖 1.3 顯示一個放置在磁場中的導電體；並且，如果有電流通過該導體，則會有一個力量作用其上。這個力量的方向是由同一圖中所示的左手定則而產生的，而這個力量的大小可由下列方程式算出：

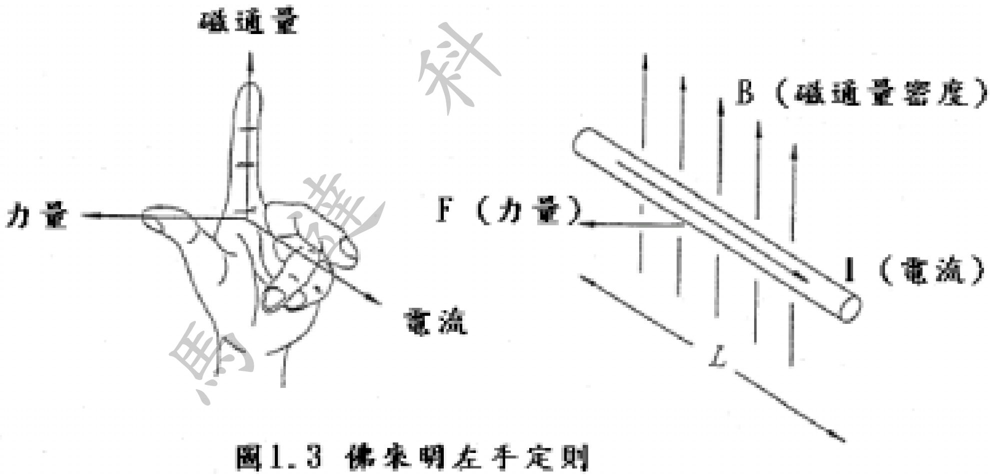


圖1.3 佛來明左手定則

$$F = BIL \tag{1.1}$$

其中：

B = 磁通量密度 (單位: Telsa, T)
I = 電流(單位: Ampere, A)
L = 導體有效長度(單位: meter, m)
F = 力量(單位: Newton, N)

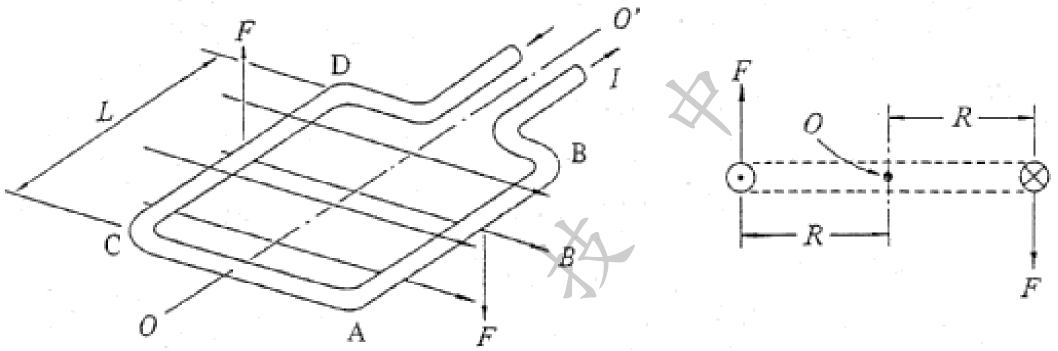
圖 1.4 描繪將一條單一迴轉線圈設置在磁場中所獲致的轉矩。此中，導體分成兩部份：$\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$；而 $\overset{\frown}{AC}$ 和 $\overset{\frown}{DB}$ 是兩個導體之間連結的部位，亦稱之為線圈端部。作用在每一導體上的力量大小即可經由方程式(1.1)求出。這兩個分別作用在該線圈段 $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 上的力量互呈反向。在圖 1.4(b)中，以 OO’軸線為中心的轉矩 T 係成順時針方向作動,，其大小如下：

$$T = 2RF = 2RBIL \tag{1.2}$$

其中：

T = 轉矩 (單位：N · m)

R = 從中心到各別導體的距離 (單位：m)



(a)單一線圈　　(b)繞軸線迴轉

圖1.4 在磁場中的線圈

轉矩單位在國際單位系統(SI)制中為(N m)。其單位之間的換算請參考附錄。

1.3 轉矩常數

如圖 1.1 所示馬達中的電樞，其電流分佈即如圖 1.5 中所描繪者。如果電流經由導體到對稱軸 O-O’右側係沿著⊗(遠離讀者)的方向, 則電流經由導體流至左側便應循著相反的方向，⊙(向著讀者)，電刷和電樞一般都是採取上述方式將直流電從末端部傳佈到轉子內。

在 1.5 圖中，導體的右半側和左半側分別位置在永久磁鐵的北極和南極的下方。(事實上，尚有許多導體並未處在磁鐵的磁極端部，但吾人均假設它們不是位在北極就是位在南極的下方，以利簡化問題的討論。)如果，我們現在假設磁通密度是一個平均值 B，則轉矩 $RBIL$ 應該作用在每一條導體上，且整個以軸線為中心的轉矩 T 將會是：

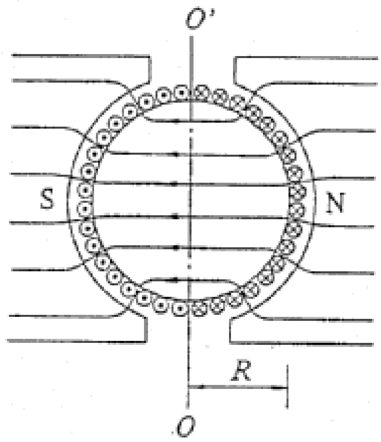


圖1.5 轉子中磁通量和電流的分佈情形

$$T = ZRBLI = \frac{ZRBLI_a}{2} \qquad (1.3)$$

其中：Z 是導體總數；I_a 是流自馬達末端的電流，且 $I_a = 2I$(參考 1.7 節)

在這個模式中，其磁通量：

$$\Phi = \pi RLB \qquad (1.4)$$

因此，從方程式(1.3)，可得

$$T = \left(\frac{Z}{\pi}\right)\Phi \cdot \frac{I_a}{2} \qquad (1.5)$$

現在, 進一步討論此方程式。在一個完好的馬達中, 導體的數目 Z 永不會變。並且，磁通量 Φ 是由馬達尺寸以及磁化狀態所決定，故 $\left(\frac{z}{\pi}\right)\Phi$ 是一個固定值。因而，可歸納出：轉矩正比於電樞電流($T \propto I_a$)。現在，定義轉矩常數(K_T)：

$$K_T = \left(\frac{Z}{2\pi}\right)\Phi \qquad (1.6)$$

因此，從方程式(1.5)，可知

$$T = K_T \cdot I_a \qquad (1.7)$$

注意，轉矩常數的單位為數(Nm/A，牛頓·米/安培)

1.4 佛來明右手定則和反電動勢(Back-e.m.f.)

吾人已知，當電流進入馬達便會產生轉矩；為瞭解馬達末端電壓與電流之間的關係，進而能夠決定旋轉速度，我們必須對電能如何在馬達中被產生，佛來明右手定則以及反電動勢常數有所認識。

圖 1.6 顯示一個施加在導體的力量，並使它以速度 v 向左移動。該導體係受磁場和電流作用而運動。現在，由於導體正穿越磁場，因而會在導體內感應出一個電動勢 E。這個力量的大小：

$$E = vBL \tag{1.8}$$

它的方向可用佛來明右手定則來確定。亦即，產生電能的方向與電流方向相反，因而導致反向電流。

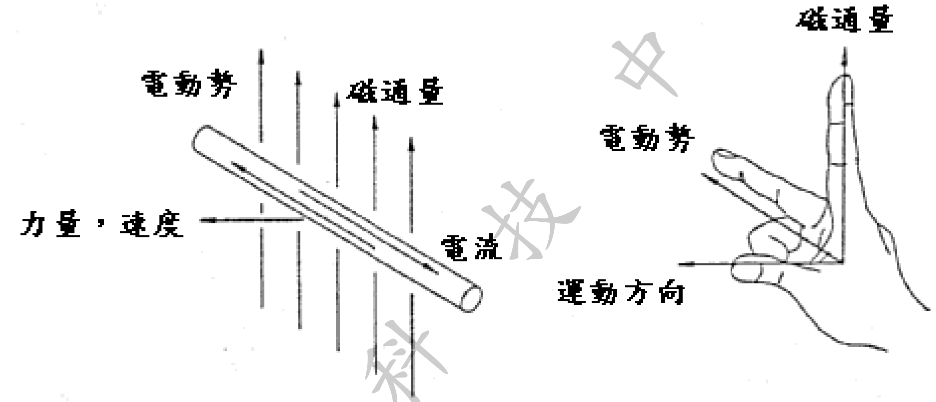


圖1.6 佛來明右手定則

當每一導體依序通過南、北極時，則電動勢亦因而依序變動。但是，由於有電刷和電樞的關係，其個別線圈所構成的總合電動勢會聚合在馬達末端。這個電壓值就稱為反電動勢(back-e.m.f.)。這個力量的方向會與施加在末端的電壓相反，其數值直接與旋轉的速度 Ω 成正比：

$$E = K_E\Omega \tag{1.9}$$

方程式中的比例常數—K_E，稱為‘反電動勢常數’。

1.5 轉矩(*T*)與反電動勢之間的關係

現在要導出如何以其它參數來表示反電動勢和 K_E 常數。如果轉子以每秒多少徑度的 Ω 速度旋轉，則導體的速度 v 為

$$v = \Omega R \tag{1.10}$$

因此，感應在導體中的反電動勢 e

$$e = \Omega RBL \tag{1.11}$$

如果導體的總數是 Z，則一系列連結的導體數目為 $Z/2$(將在 1.7 節中解釋)，那麼在馬達末端的總體反電動勢等於：

$$E = \frac{\Omega RBLZ}{2} \tag{1.12}$$

藉由方程式(1.4)，吾人可以磁通量 Φ 來表示 E 值：

$$E = \left(\frac{\Phi Z}{2\pi}\right)\Omega \tag{1.13}$$

因此，比較(1.13)式和(1.9)式，可得 K_E 值如下：

$$K_E = \left(\frac{Z}{2\pi}\right)\Phi \tag{1.14}$$

值得注意的是，如方程式(1.6)和(1.14)所示，轉矩常數 K_T 和反電動勢 K_E 是完全相同的。更重要的是，K_T 和 K_E 只有在同一單位系統下，其數值才會相互一致。國際單位系統(SI)便是其一。例如，如果 K_E 值 0.05 N m/A，則 K_E 值便等於 0.05 V s/rad。(SI)系統的旋轉速度單位是 rad/s，但此單位並非總是有用，因為每秒旋轉一圈等於 6.28 rad/s。傳統上，rpm (revolutions per second)已被用來作為馬達旋轉速度的量測單位。在工業界裡，用做反動勢常數的單位是 V/krpm。而當使用慣用的單位系統(但互相不一致)時，如果知道轉矩常數(K_T)，則 K_E 值便可經由單位換算而獲致。類似地，如果測得 K_E 值，K_T 值也可藉單位換算而得知。表 1.1 即是因應這個目的而設的單位換算表。如果一項理論是在一致的單位系統下發展，則 K_E 和 K_T 便可能相等：

$$K_T = K_E \equiv K \tag{1.15}$$

此 K 值便可稱為〝馬達常數〞。

表 1.1 轉矩常數與反動勢常數之間的單位換算

轉矩常數(K_T)		反電動勢常數(K_E)	
N m/A	**oz in/A**	**V s/rad**	**V/krpm**
1	141.6	1	104.7
0.09807	13.89	0.09807	10.27
0.007061	1	0.007061	0.7394
0.009549	1.352	0.009549	1

注意: 對於直流馬達和無刷馬達，K_E 和 K_T 相互之間有一特定的關係，以致上表左側和右側能夠相互一致。因此，當 K_T 為 1 N m/A，K_E 自然是 1V s/rad。

1.6 靜態轉矩的特性

我們將依照先前的知識來探討直流馬達中轉矩與旋轉速度之間的關係。永久磁性馬達所提供的磁通量，可用如圖 1.7 中的簡單等效電路表示。

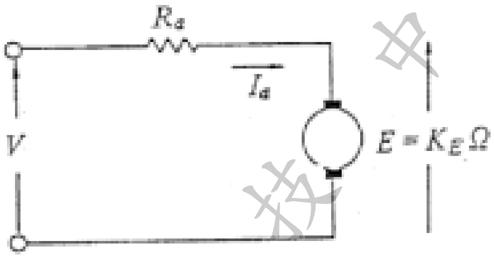


圖1.7 直流馬達的等效電路

這是由一個電樞電阻 R_a 和反電動勢 E 所構成的串連電路。如果忽略跨越電刷的電壓降，則電壓的方程式：

$$V = R_a I_a + K_E \Omega \tag{1.16}$$

其中，R_a 是電樞電阻。

電樞電流 I_a 等於

$$I_a = \frac{(V - K_E \Omega)}{R_a} \tag{1.17}$$

因此，從(1.7) 式可得轉矩 T

$$T = K_T I_a = \frac{K_T}{R_a}(V - K_E \Omega) \tag{1.18}$$

圖 1.8 顯示了以末端電壓 V 為參數，轉矩(T)與旋轉速度(Ω)之間的關係。當速度降低時，轉矩呈線性下降。其函數的斜率是常數值 $K_T K_E / R_a$，且與末端電壓

和速度無關。這種特性使得控制直流馬達的速度或位置變得很容易。但是，只有在直流馬達以及直流無刷馬達才有這種特性，交流和步進馬達則無。

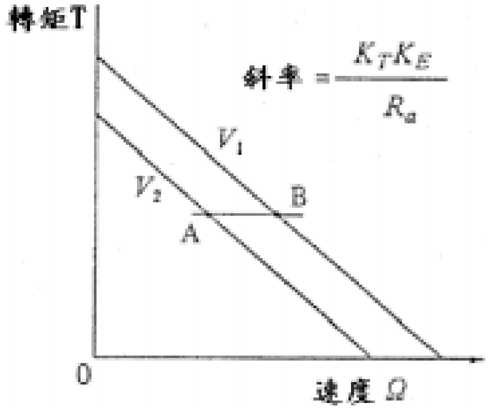


圖 1.8 直流馬達中，轉矩對速度的特性

<術語解釋>

啟動轉矩： 馬達啟動瞬間的轉矩，其表示方式為：

$$T_s = \frac{K_T V}{R_a} \tag{1.19}$$

無載速度： 馬達在沒有負載情況下的速度。如果軸承沒有摩擦效應以及沒有風力修正量損失(轉子轉動時，消耗在克服空氣摩擦的電能)，則其關係式可表示如下：

$$\Omega_0 = \frac{V}{K_E} \tag{1.20}$$

1.7 電刷和轉向器的動作

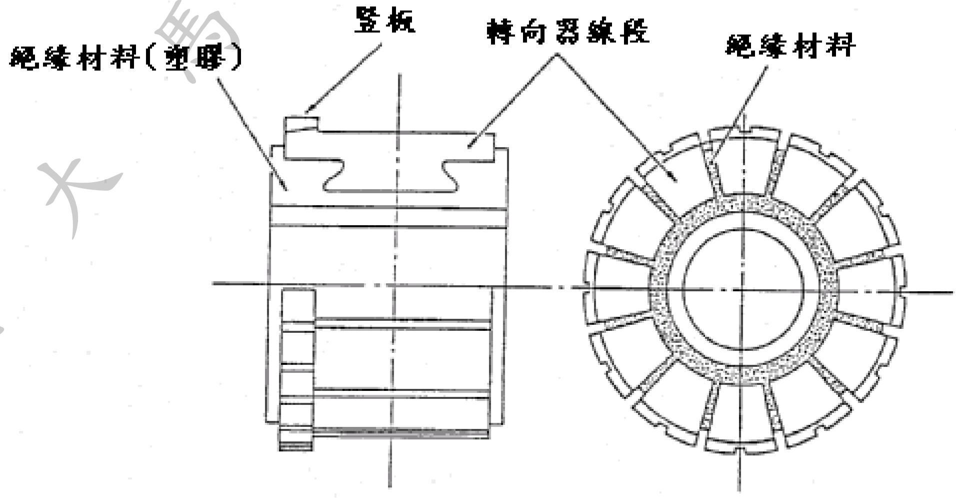


圖1.9 轉向器結構

如 1.3 節所介紹，電刷和轉向器控制電流的分佈，如圖 1.5 所示。在此，吾人只討論轉向器控制電流的作動情形及其構造。轉向器的各個線段是以銅材製作，並採用雲母或塑膠材料絕緣。豎板(riser)的部位是線圈端部連結所在，而轉向器線段的數目與線圈數目是相等的；一般而言，此數目愈大，則轉向的穩定性愈好。

線圈纏繞以及將線圈連結至豎板末端的方法很多。圖 1.10 展示具有 9 條線圈的重疊繞組(lap-winding)，(a)部份描述纏繞線圈的方式，(b)部份顯示其連結的方法。

其纏繞與連結的重點如下：

(1) 每一線圈(相當於 1.2 節所記載的導體)線段係假定其相互呈 180°方位擺置。實際上，它們會略小於 180°，如圖 1.11 所示。

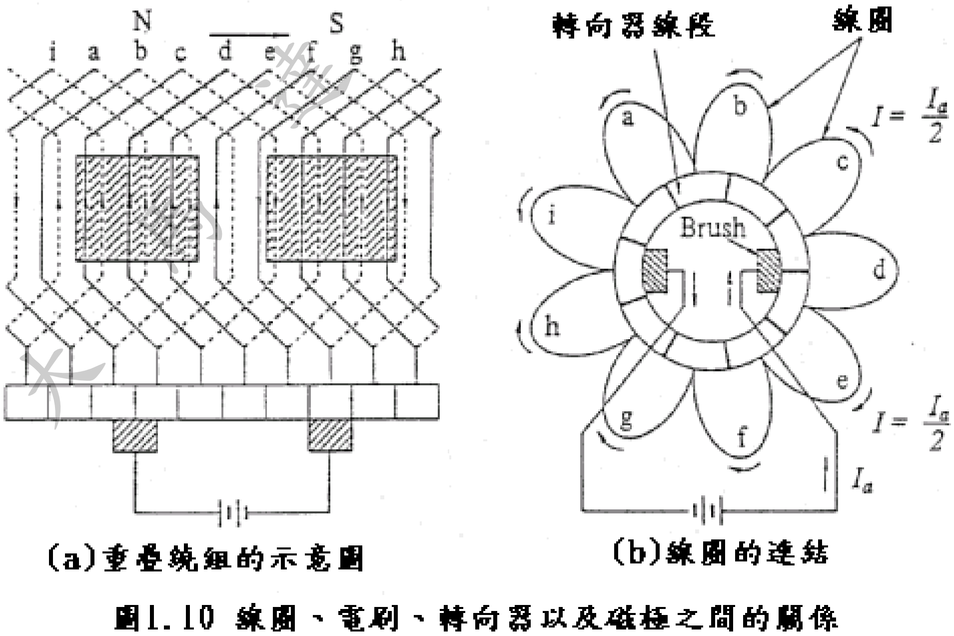
(2) 如圖 1.10(b)所示，線圈之間採環狀方式連結。

(3) 供應自正極電刷末端的電樞電流 I_a 係分成兩個電流。因此，每一線圈內，輸入電流 I_a 與 I 之間係遵循下列關係：

$$\boldsymbol{I = \frac{I_a}{2}} \tag{1.21}$$

(4) 當線圈和轉向器線段的數目很大，串連電路的數目大約只有總導體數目 Z 的一半，因為這兩個電路互相平行。

(5) 如圖 1.10(a)，受南極的影響，在各線圈段內會有一個向上的電流和一個向下的電流。若將直流電源的極性反轉，則電流方向會相反，且轉矩的方向亦隨之反向。



(a)重疊繞組的示意圖　　(b)線圈的連結

圖1.10 線圈、電刷、轉向器以及磁極之間的關係

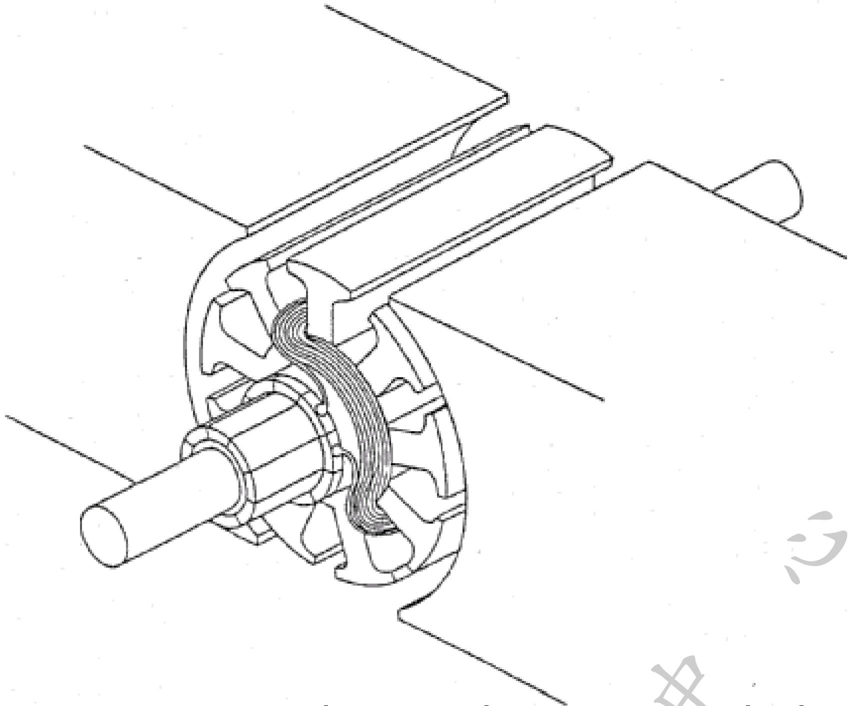


圖1.11 轉向器與線圈的連結(本圖只顯示一條線圈)

1.8 極性區和中性區

在圖 1.10(b)中，線圈 d 只受制於轉向器，並且必須被設置在中性區內。如果圖 1.10(b)中的轉子以順時鐘方向旋轉，則電流(此時在線圈 d 中已成反時鐘流動)將會呈現反方向流動。值得注意的是，在一條被電刷造成短路的線圈中，其電流將會反轉其流動方向。而這就前面所謂〝線圈受制於轉向器〞的意思(參考圖 1.12)，一個碳材電刷通常會與至少兩個轉向器線段接觸，且至少一個線圈會被電刷構成短路電流，並且發生下列不良的效果：

(1) 在電刷和轉向器之間產生火花。

(2) 造成發熱以及停煞作用的轉矩。

為了不會在轉向的情況下，在線圈中造成反電動勢，線圈導體不應處在磁通量之中。這個沒有磁通量存在的區域即稱之為中性區；而磁通量經過的部份便叫做極性區(參考圖 1.13)

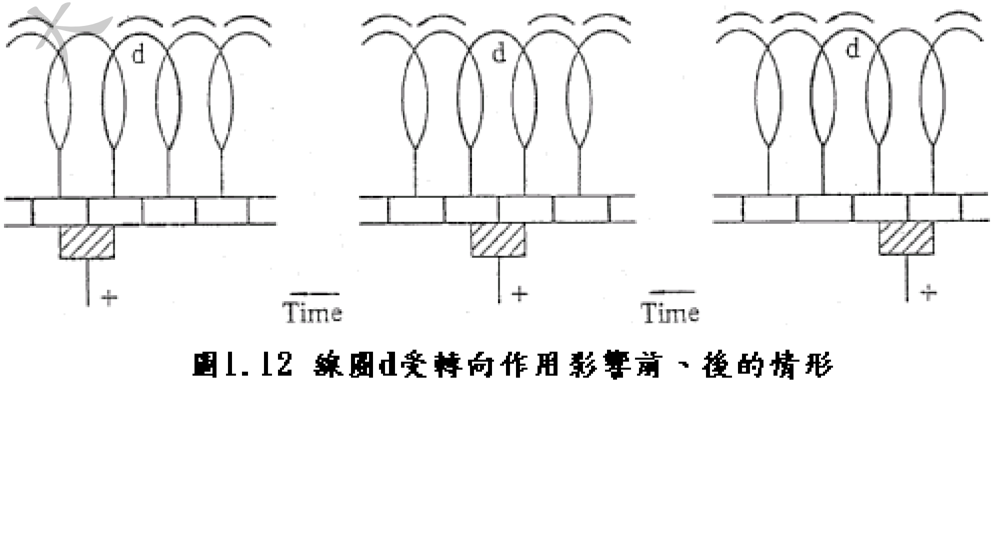


圖1.12 線圈d受轉向作用影響前、後的情形

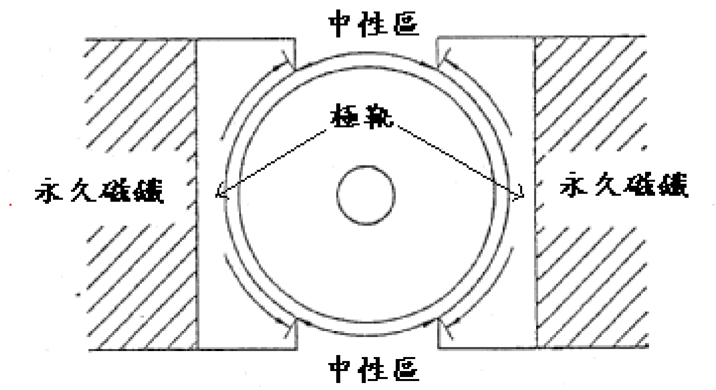


圖1.13 中性區和極靴

1.9 馬達和電動機之間的關係

吾人皆知直流馬達可以做直流發動機。在此，我們將學習馬達和發電機之間的關係，同時也會解釋到，稱做測速發動機(tachogenerator)或轉速計(tachometer)的發動機如何用來做為轉速和方向的感應器。

1.9.1 簡單構成

如果馬達受外力旋轉且同時讓馬達的末端開啟，則依據佛來明右手定則，會有一個跨越該末端的電動勢出現。此電動勢的大小為旋轉速度(Ω)與反電動勢常數 K_E(如 1.9 式)的乘積。如果在該二末端跨接一個外電阻 R_e，則此電動勢會感應出一個電流。由於會受到電樞電阻 R_a 所造成的電壓降，該末端電壓 V 將會低於此電動勢。這個 V 值可從下列方程式推得：

$$V = \Omega K_E \frac{R_e}{R_e + R_a} \tag{1.22}$$

這個公式只在金屬電刷的馬達中才適用，因為跨越電刷的電壓降幾乎可以忽略。而在使用碳材電磁的馬達中，由於跨越電刷的電壓降約有 1 伏特，V 值會比這個數值還低。

測速發動機是一種運用方程式(1.9)以偵測轉速的發動機，其具有下列特徵：

(1) 輸出電壓正比於轉速，且即使速度小於每分鐘一轉也可以偵測得到。然而，其係設計以儘可能地汲取最少的電流。因此，該外接電阻必需愈大愈好，亦即 ~1 kΩ。

(2) 為了降低跨越電刷的電壓降，可採用含有大量銀砂(silver dust)的碳金屬質電刷。

(3) 當旋轉方向相反時，輸出電壓的極性也會自動反轉。這使得控制電路的設計

變得簡單。若在特定型式的電子電路配置一個光學編碼器(optical encoder)，便可用來偵測旋轉的方向。

第三章的圖 3.2 描繪了一個測速發動機的例子。標準的測速發動機是設計用來在 1000 rpm 產生 7 伏特電壓。

1.9.2 正反饋(Regeneration)

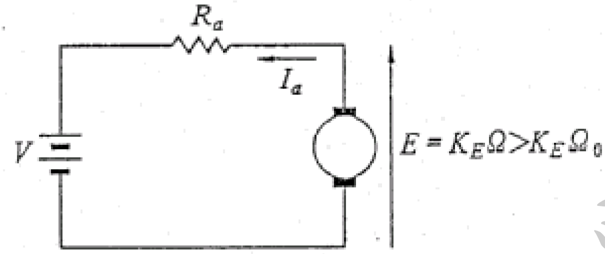


圖1.14 在正反饋作用下，電流的方向以及反電動勢的大小

現在，再回到圖 1.7 的等效電路，我們要探討從馬達(如圖 1.14 所示)回到電源供應器的電路。當馬達以電壓 V 進行無負載作動，其轉速為 $\Omega_o=V_o/K_E$。其次，當馬達被外力以一個大於 Ω_o 的速度驅動旋轉時，其反電動勢 $E=K_E\Omega$ 會大於電源供應器的電壓 V，且電流會回流至電源供應器。因此，當機器變成發動機時，它會把所產生的電流送回到電源處。這種情形即稱之為正反饋。此時的電流 I_a：

$$I_a = \frac{E - V}{R_a} \tag{1.23}$$

若要產生動作，必須藉由外加轉矩所產生的機械功來使機件轉動得比一般正常的速度快。在一單位時間內所做的功便可轉換為動力 P_o：

$$P_0 = EI_a = K_E \Omega I_a \tag{1.24}$$

並且，此動力的一部份即消耗成焦耳熱(Joule heat) P_L：

$$P_L = R_a I_a^2 \tag{1.25}$$

而其間的差值 P：

$$P = P_0 - P_L = K_E \Omega I_a - R_a I_a^2 \tag{1.26}$$

便是正反饋的動力，且從公式(1.23)可得到：

$$P = VI_a \tag{1.27}$$

正反饋可發生在下列兩種情況：

(1) 如上所述，在固定電壓下，如果機件轉動得比在無負載情況下還要快，便會造成正反饋。

(2) 當機件在 V_1 電壓下運作，且 V_1 值被減小至 V_2 值的電壓，則此機件會進入正反饋的狀態，直到它的速度降至無負載情形下的速度 V_2/K_E。

1.9.3 機件的停煞作用

對一個正以順時鐘方向旋轉的馬達軸桿施加一個反時鐘的轉矩，則這個馬達便會作用得像煞車的動作。由於，在這種情況中，旋轉的方向相反於自然的方向，反電動勢的極性會相反，並且其大小也與末端電壓一樣(參考圖 1.15)。這種情況即造成大量電流的流動，其大小如下

$$I_a = \frac{V + |E|}{R_a} \tag{1.28}$$

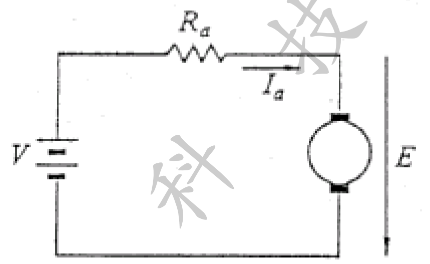


圖1.15 停煞作用的馬達等效電路

當作用如馬達的機件，其末端電壓反向，則此機件會有如煞車般的動作，直到旋轉的方向相反。這種情況通常可有效地使馬達減速。但我們必須小心因大電流所造成的消磁作用(demagnetization)。(參考圖 2.4)

1.9.4 馬達、發電機與煞車之間的關係

一個工作馬達的自然狀態即稱之為電氣馬達作用(electrical motor action)，其它的狀態包含發動作用(generation action)以及煞車作用(brake action)。這三種情況之間的關係即如圖 1.16 所示。

這些關係也可如下所述者：

《馬達作用》在零與無負載速度(V/K_E)之間的速度範圍內，機件可運作如一個馬達，其速度與它的負載有關。

《發動作用》在速度範圍大於無負載速度 V/K_E 的情況下，轉矩為負值。由於，

旋轉速度與轉矩的方向相反，機件就作動像煞車的效果。這種狀態也稱為正反饋煞車(regenerative brake)，因為機件產生電能並且將這個能量傳回到電源。再生器作用的重要性可以藉由電動交通工具的例子來獲得最佳詮釋。當一台電動車輛(不論它的引擎是永久磁性直流馬達或者類似直流馬達)沿著一條斜坡行駛。我們可以對引擎施加一個適度的電壓來使得無負載速度稍低於車輛行進的速度。這種情況下，引擎就成了一個正反饋煞車。由於引擎的轉矩是負的，故引擎的速度沒有增加太多。同時，由重力作用所導致的外力會使得引擎轉動得比無負載速度快。這是因為重力位能經由正反饋被轉換成電能，然後再藉由電池充電而轉換成化學能。這就是直流馬達的停煞作用；但是，要製作一個電路以有效實現這個方法是很不容易的。

《煞車作用》馬達反制其自然旋轉方向的情況。要令馬達進行煞車動作本身是很簡單的。問題在於煞車作用會造成一連串關於在馬達中產生大量的熱。

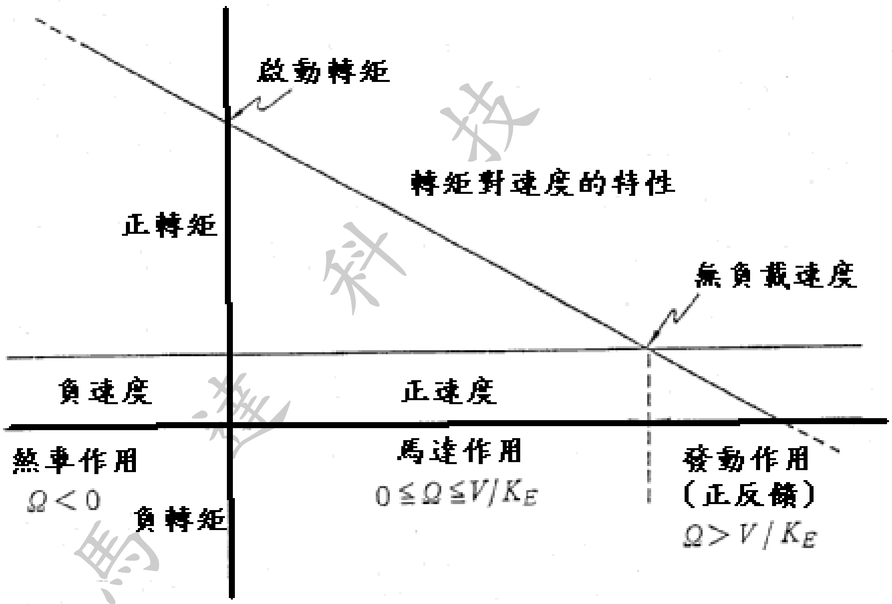


圖1.16 直流機件在一常定電壓V下運作，其速度範圍與操作模式(馬達、發電機和煞車)之間的關係；在整個範圍內，轉矩對速度特徵呈現一條直線的關係。

1.10 藉直流馬達機件進行能量轉換

首先，從能量轉換的觀點來探討永久磁性直流馬達。而藉由永久磁性直流馬達所進行的能量轉換如圖 1.17 所示。所有這三種情況皆可用下列方程式表示：

$$VI_a = (E + R_a I_a) I_a = EI_a + R_a I_a^2 \tag{1.29}$$

其中，　VI_a = 電源供應器所提供的電源

$E\,I_a$ = 單位時間作功供應電流 I_a，以反制反電勢或機械輸出功

$R_a I_a^2$ = 焦耳熱

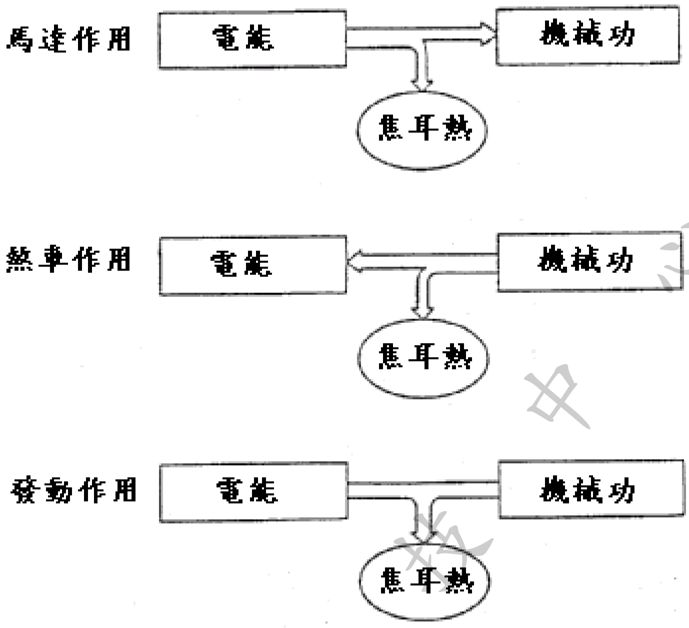


圖1.17在直流馬達中的能量轉換及流向

在此，值得注意的是，末端電壓、反電動勢以及電流的正方向即如圖 1.17 所示。雖然，電流 I_a 表示如下式：

$$I_a = \frac{V - E}{R_a} \tag{1.30}$$

它的絕對值列在表 1.2 中。

表1.2 直流馬達的每個作用區中，電能供應與消耗之間的關係

	電源供應的電能	焦耳熱 電流	單位時間的機械功
馬達作用	VI_a 電源供應電能	$R_a I_a^2$ $I_a = (V - E)/R_a$	$EI_a = K_E \Omega I_a$ 馬達施加在負載上
發動作用	$-V\|I_a\|$ 送至電源的電能	$R_a I_a^2$ $I_a = (E - V)/R_a$	$-E\|I_a\| = -K_E \Omega \|I_a\|$ 負載施加在馬達上
煞車作用	VI_a 電源供應電能	$R_a I_a^2$ $I_a = (V + \|E\|)/R_a$	$-\|E\|I_a = -K_E\|\Omega\|I_a$ 負載施加在馬達上

* 在此，電流Ia和旋轉速度Ω均視為正值

**焦耳熱產生在所有電樞繞組的情形且都是正值

EI_a的詳細意義為：I_a的流向與反電動勢 E 相反。因而，EI_a是單位時間內作用在電樞的功。此功的一部份可能形成熱而消散掉，但在此我們忽略這種情形。因此，經由電所產生的功將視為完全轉換為轉子所負載的機械能。(第 6 章中將把熱損失的情況考慮進來)

由於發動作用中的 E 值高於 V 值，且依據方程式(1.30)電流方向會相反；故而 VI_a與 $E\,I_a$變成負值。它們的物理意義闡明如下：

負值 VI_a = 電能被供應到電源器

負值 EI_a = 負載施加在轉子(電樞)上的功(即外轉矩作用在轉子上，並促使它旋轉)

就煞車作用而言，E 變成負值是由於旋轉的方向為負向。這種情況下，也適用在先前負值 EI_a的描述。在煞車作用中，電源供應能量，而功是藉由外力而作用在轉子上。若這兩種能量都消耗成為電樞繞組的焦耳熱，則溫度的上升會很可觀。