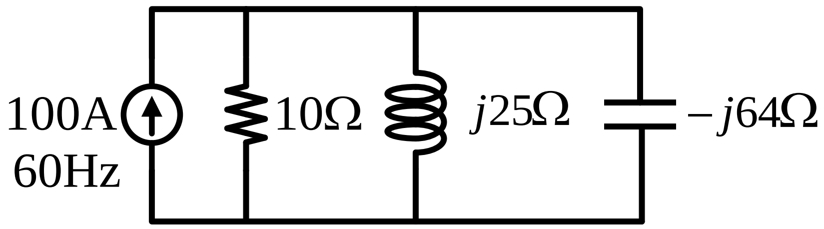
RLC電路試題範例及解答

Question 1

求解下圖交流電路中發生諧振時之電阻電流I_R、電感電流I_L以及電容電流I_C。



Sol:

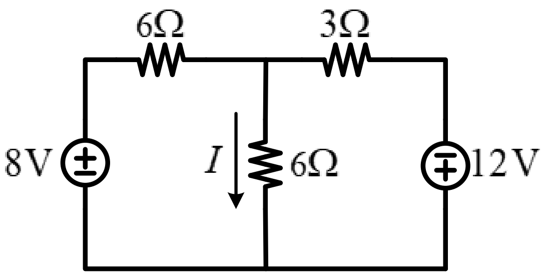
諧振頻率: $f_0 = f\sqrt{\dfrac{X_C}{X_L}} = 60\sqrt{\dfrac{64}{25}} = 96\ \text{Hz}$

品質因素: $Q = \dfrac{R}{\omega_0 L} = \dfrac{R}{(\dfrac{\omega_0}{\omega})\omega L} = \dfrac{10}{\dfrac{96}{60}\cdot 25} = \dfrac{1}{4}$

$\therefore I_R = 100\,A$ ，$I_L = I_C = QI_i = \dfrac{1}{4}\cdot 100 = 25A$

Question 2

求解下圖電路中之電流 I。



Sol:

利用重疊定理:

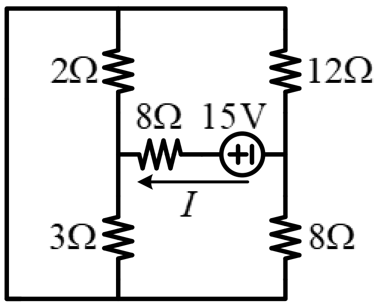
$$I_1 = \frac{8}{6+(6\|3)} = 1A$$（由上往下流）

$$I_2 = \frac{12}{3+(6\|6)} = 2A$$（由下往上流）

故總電流 $I = -1A$

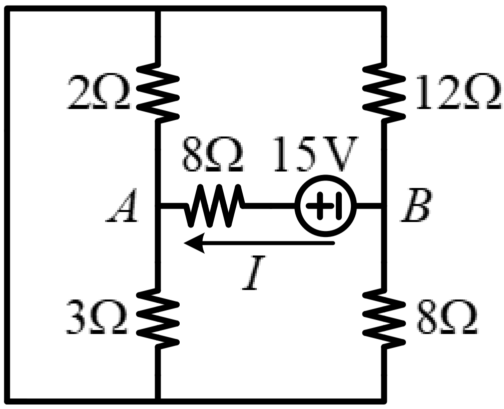
Question 3

求解下圖電路中之電流 I。



Sol:

對 A、B 兩點做戴維寧等效:

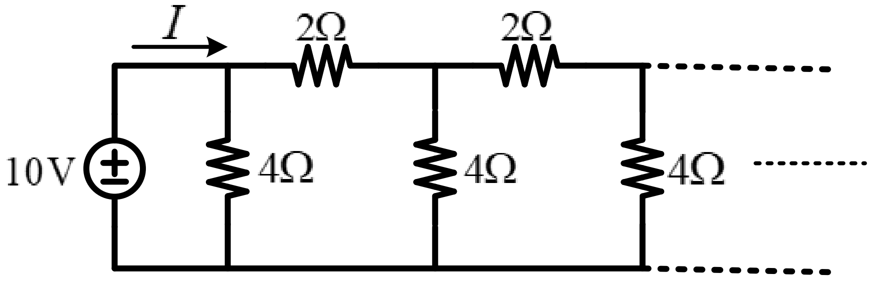


$$R_{TH} = (2 \parallel 3) + (12 \parallel 8) = \frac{6}{5} + \frac{24}{5} = 6\Omega$$

$$\Rightarrow I = \frac{15}{8+6} = \frac{15}{14} A$$

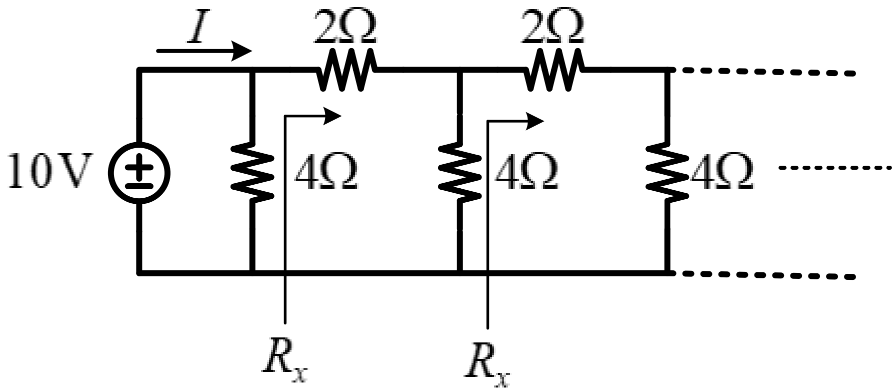
Question 4

求解下圖電路中之電流 I。



Sol:

如下圖所示，由於此電路為無限延伸，圖中兩 R_x 為相等電阻值

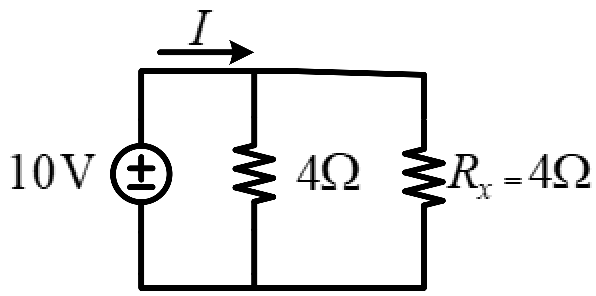


故可列出下列方程式:

$R_x = 2 + (4 \parallel R_x)$

$\Rightarrow R_x = 4\Omega$

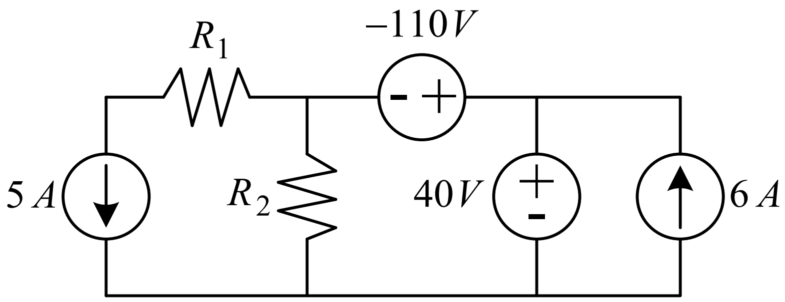
原電路可簡化如下圖:



$$\Rightarrow I = \frac{10}{(4 \parallel 4)} = 5A$$

Question 5

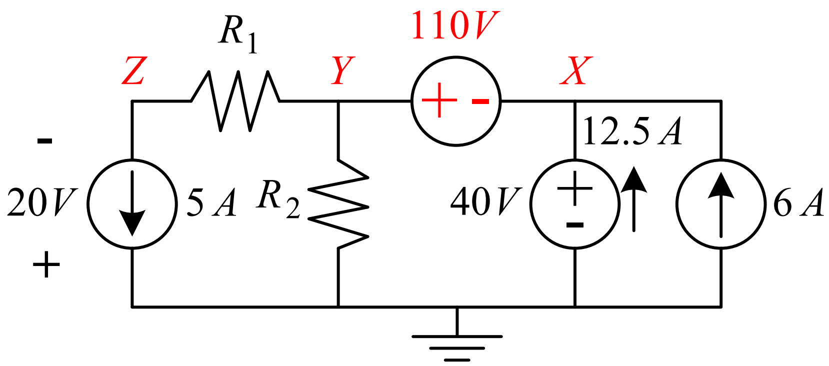
圖 5電路中，5A 電流源提供 100W、40V 電壓源提供 500W，試求解電阻 R_1 和R_2之值。



Sol:

5A 電流源：$100W/5A = 20V$

40V 電壓源：$500W/40V = 12.5A$



將原題目所給之-110V 電壓源其電壓方向改寫

=>節點 Y 之電壓值較節點 X 高 110V，節點 Y = 150V。

=> $X = 40\,(volt)$, $Y = 150\,(volt)$, $Z = -20\,(volt)$

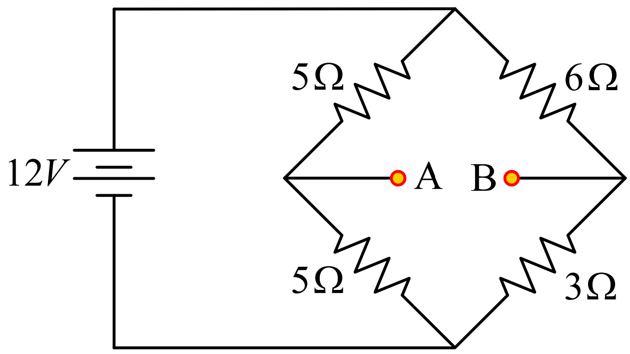
R_1電組之電流為 5A、其跨壓為$Y - Z = 170\,(volt)$ => $\boxed{R_1 = 170\ /5 = 34\ \Omega}$

由 Y 節點之 KCL 定律可知，$I_{R2} + 5 = 12.5 + 6 = 18.5 \Rightarrow I_{R2} = 13.5A$

=> $\boxed{R_2 = 150/13.5 = 100/9\Omega}$

Question 6

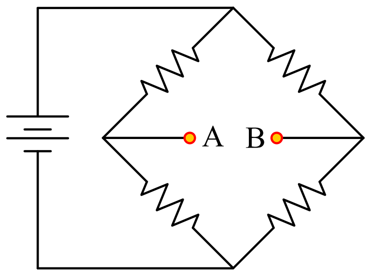
圖 6 電路中，試求從 A、B 端點看入之諾頓等效電路電流源 I_N 及等效電阻 R_{eq}。

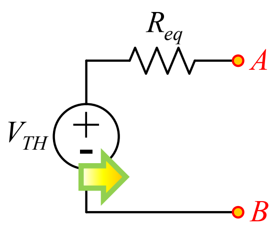


Sol:

$\boldsymbol{V_{TH} = R_{eq} \times I_N}$

可先求解戴維寧等效電壓 V_{TH}，進而求解諾頓等效電流源 I_N。

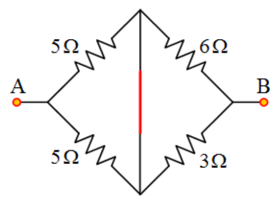




求解等效電阻 R_{eq}　移除電流源：不提供電流，斷路

移除電壓源：不提供電壓降或電壓升，短路

=> $\boxed{R_{eq} = (5 \| 5) + (6 \| 3) = 4.5\Omega}$



求解等效電壓源 V_{TH}，即原電路圖中 A、B 兩點之電壓差。

節點 A 電壓：$V_A = 12 \times \dfrac{5}{5+5} = 6V$

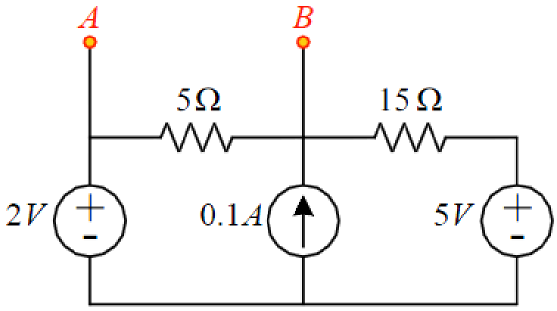
節點 B 電壓：$V_B = 12 \times \dfrac{3}{6+3} = 4V$

戴維寧等效電壓源 $V_{TH} = V_A - V_B = 2V$

因此可求得諾頓等效電流源 $\boxed{I_N = \dfrac{V_{TH}}{R_{eq}} = \dfrac{2}{4.5} = \dfrac{4}{9}A}$

Question 7

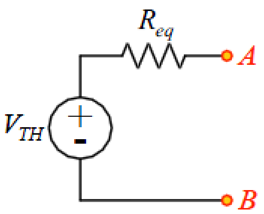
求解下列電路圖中，從 A、B 端看入之等效戴維寧電路之V_{TH}及R_{eq}。



Sol：

Step1.

戴維寧等效電路：戴維寧等效電壓源V_{TH}、等效電阻R_{eq}



Step2.

求解等效電阻R_{eq}，移除電源元件(電流源、電壓源)

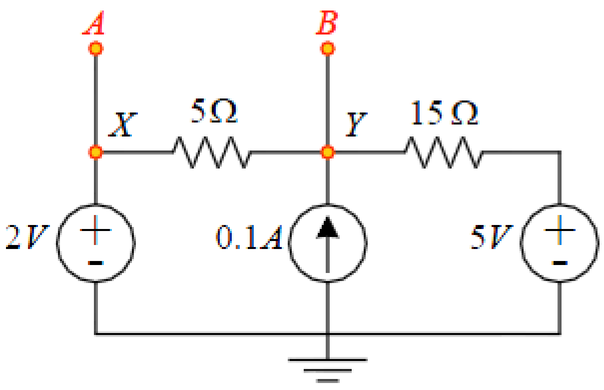
$\boxed{R_{eq} = 5 \| 15 = 3.75\boldsymbol{\Omega}}$

Step3.

Note Y：

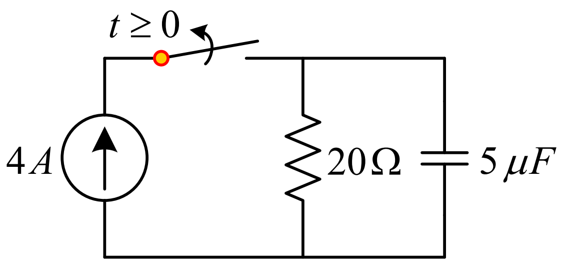
$$\frac{Y-X}{5} + \frac{Y-5}{15} = 0.1 \rightarrow \mathrm{Y} = 3.125\ \mathrm{V}$$

$\boxed{V_{TH} = V_A - V_B = X - Y = -1.125\ V}$



Question 8

圖8中之RC 電路，當 t>0 時開關打開(即不接通)，試求解 t>0 時 5μF 電容元件之跨電壓值表示式。



Sol:

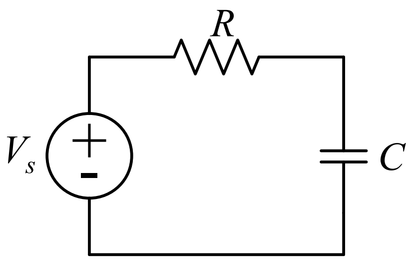
標準 RC 直流電路，當 t>0 時，電容元件的跨電壓必可表示成下列形式:

$v_C(t) = A + B\,e^{-t/\tau}$

A：t→∞時之跨電壓大小(終值定理)，即 $A = \dfrac{V_s(t \to \infty)}{R}$

(A+B)：t=0 時之跨電壓大小(初值定理)

τ：此電路的時間常數，即 $\tau = RC$ 。



因此原題目中之 RC 電路可先化簡至標準形式，進而套用終值、初值定理及時間常數的概念，求解題目所要求之電容元件跨電壓值。

Step 1.

終值定理：由解答 1 中 Step 5 的說明內容可知，$v_C(\infty) = 0 = A$

Step 2.

初值定理：由解答 1 中 Step 6 的說明內容可知，$v_C(0) = 80 = A + B$

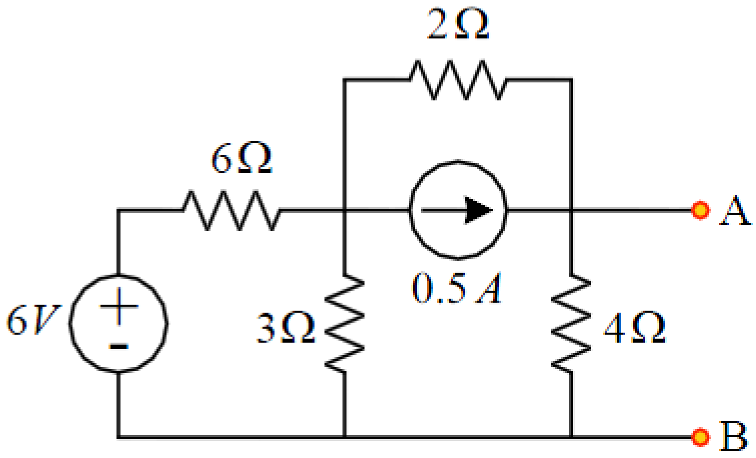
Step 3.

將原 RC 電路圖與標準形式比較，可知 $\tau = RC = 20 \times 5 \times 10^{-6} = 10^{-4}$

因此 $\boxed{v_C(t) = A + B\,e^{-t/\tau} = 80e^{-10000t}\,\mathrm{V}}$

Question 9

求解下列電路圖中，從 A、B 端點看入之諾頓等效電路I_N及R_{eq}。



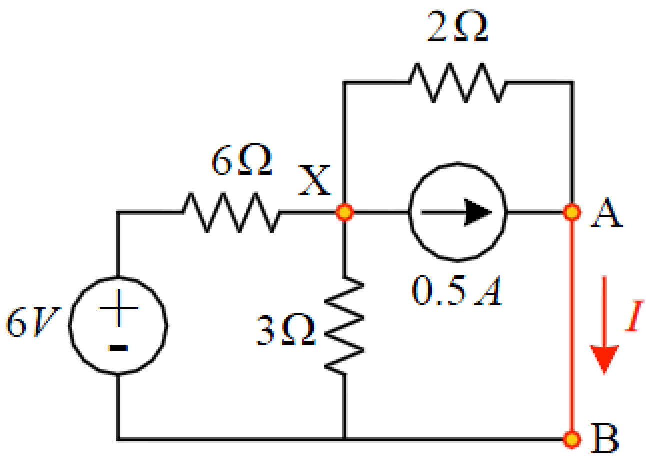
Sol：

Step1. 求解等效電組R_{eq}，移除電源元件(電流源、電壓源)

$\boxed{R_{eq} = [(6\|3) + 2]\|4 = 2\boldsymbol{\Omega}}$

Step2.

求解等效電流源I_N，即原電路圖中 A、B 兩點短路後所流通之電流。



由節點 X 之 KCL 定律可知，

$$\frac{V_X - 6}{6} + \frac{V_X - V_A}{2} + \frac{V_X - 0}{3} + 0.5 = 0$$

由節點 A 之 KCL 定律可知，

$$\frac{V_A - V_X}{2} + I - 0.5 = 0$$

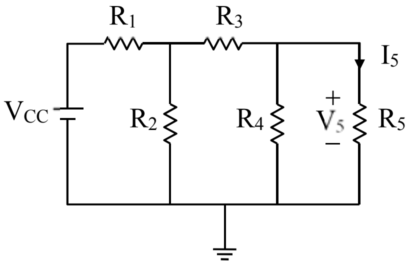
由 A、B 兩點為短路及 B 點為接地參考點可知，

$V_A = V_B = 0$

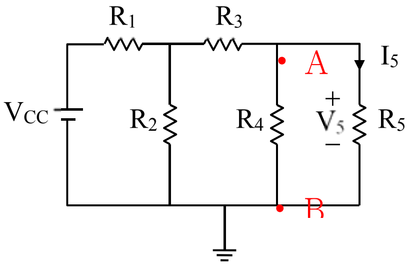
因此可求得，$V_X = 0.5V$、$\boxed{I_N = I = 0.75A}$

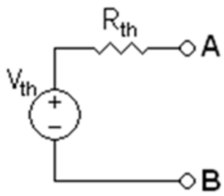
Question 10

圖10 電路中，試利用戴維寧等效電路法求解電阻 R_5=100 Ω之跨電壓 V_5及流通電流I_5，其中V_{cc}=15V、R_1=R_2=R_3=R_4=100Ω。



Sol:





先將 R5 視為斷路，由分壓定律得到:

$$V_{th} = V_{CC} \cdot \frac{R_2 // (R_3 + R_4)}{R_1 + [R_2 // (R_3 + R_4)]} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 3V$$

將 Vcc 接地得到等效電阻為:

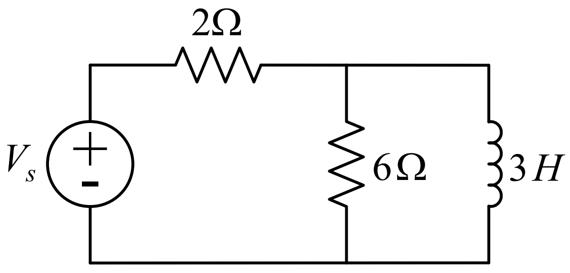
$$R_{th} = R_4 // [R_3 + (R_1 // R_2)]$$

$$\Rightarrow V_5 = V_{eq} \cdot \frac{R_5}{R_{eq} + R_5} = \frac{15}{8} V$$

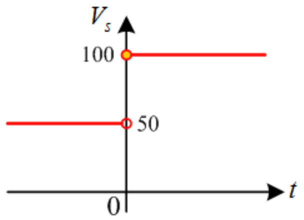
$$I_5 = \frac{V_{eq}}{R_{eq} + R_5} = \frac{3}{160} A$$

Question 11

圖11中之 RL 電路，若 $V_s=\begin{cases}50\ ,\ if\ t<0\\100\ ,\ if\ t\geq 0\end{cases}$，試求解 t>0 時流過 3$H$ 電感之電流值表示式。



Sol:



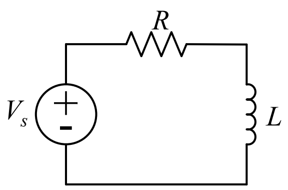
標準 RL 直流電路可知，當 t>0 時，通過電感元件的電流可表示成下列形式:

$i_L(t)=A+Be^{-t/\tau}$

A：t→∞時之電流大小(終值定理)，即 $A=\dfrac{V_s(t\to\infty)}{R}$

(A+B)：t=0 時之電流大小(初值定理)

τ：此電路的時間常數，即 $\tau=\dfrac{L}{R}$ 。



原題目中之 RL 電路可先化簡至標準形式，進而套用終值、初值定理及時間常數的概念，求解題目所要求之通過電感元件電流值。

終值定理：由解答 1 中 Step 5 的說明內容可知，$i(\infty)=50=A$

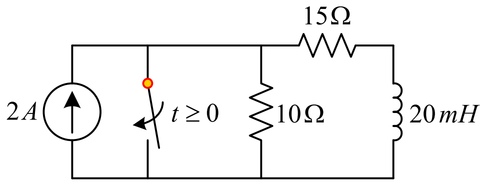
初值定理：由解答 1 中 Step 6 的說明內容可知，$i(0)=25=A+B$

將原 RL 電路圖與標準形式比較，可知 $\tau=\dfrac{L}{R}=\dfrac{3}{(2\parallel 6)}=2$

因此 $\boxed{i_L(t)=A+Be^{-t/\tau}=50-25e^{-t/2}\ \text{A}}$

Question 12

圖 12 中之 RL 電路，試求解 t>0 時流過 15Ω電阻元件的電流值表示式。



Sol.

當 t<0、開關打開(即未接通)

輸入源為一 DC 電流源，

因此通過電感元件的電流將維持一定值並呈現短路

因此可得:

通過電感之電流　$i_L = 2 \times \frac{10}{10+15} = 0.8A$

當$t \geq 0$、開關關閉(即接通)時，此時電流源元件因為開關短路路徑可被視作移除化簡為標準 RL 電路，因此通過電感元件的電流可表示為

$i_L = K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}}$

終值定理：$i_L(\infty) = 0 = K_1$(電感所儲存能量釋放殆盡)

初值定理：$i_L(0) = 0.8A = K_1 + K_2$

由上述 2 式可求解得知，$K_1 = 0$、$K_2 = 0.8$

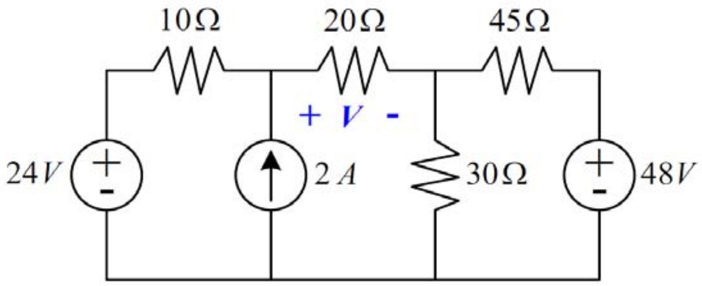
將原 RL 電路圖與標準形式比較，可知 $\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.02}{15}$

由於通過 15Ω 電阻元件之電流即通過 20mH 電感元件的電流，

因此$i_L = 0.8e^{-750t}(A)$，$t \geq 0$

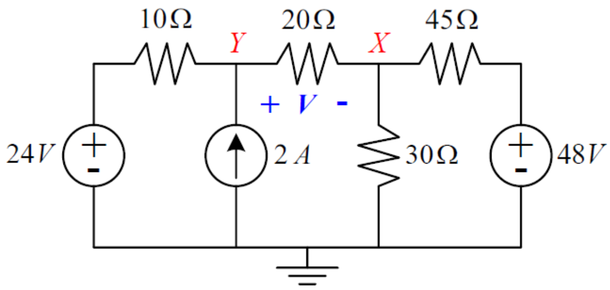
Question 13

試求解下列電路圖中之電壓訊號 V。



Sol:

Step1.



V=Y-X

Step2.

NodeX: (假設 X 節點之電流皆為流出)

$$\frac{\mathrm{X}-\mathrm{Y}}{20}+\frac{X-0}{30}+\frac{(X-48)}{45}=0$$

NodeY: (假設 Y 節點之電流皆為流出)

$$\frac{\mathrm{Y}-\mathrm{X}}{20}+\frac{(Y-24)}{10}=2$$

Step3.

$$19\mathrm{X}-9\mathrm{Y}=192$$

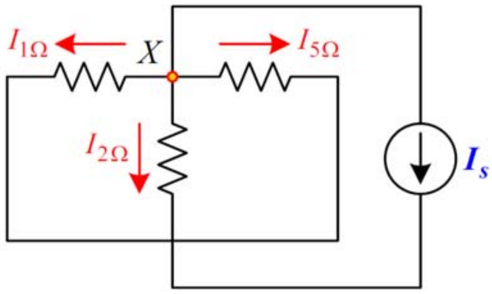
$$\mathrm{X}-3\mathrm{Y}=-88$$

$$=>\mathrm{X}=28.5\mathrm{V}\quad \mathrm{Y}=38.83\mathrm{V}$$

$$\mathrm{V}=38.83-28.5=10.33\mathrm{V}$$

Question 14

若電路中 1 Ω 電阻之跨電壓V = 6V ，試求解電壓源 I_s 之值。



Step1.

$$I_{1\Omega} = \frac{6}{1} = 6A \quad I_{2\Omega} = \frac{6}{2} = 3A \quad I_{5\Omega} = 1.2A$$

Step2.

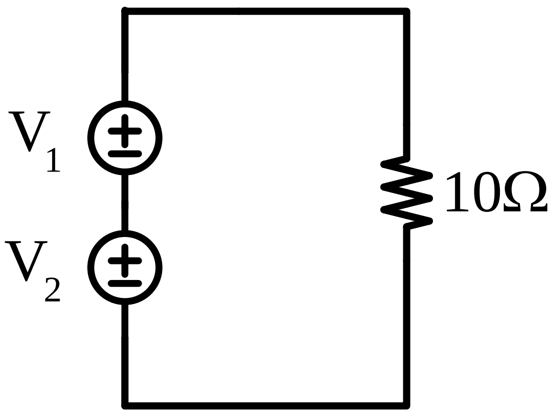
由節點 X 之 KCL 定律可知，

$$I_S + I_{1\Omega} + I_{2\Omega} + I_{5\Omega} = 0$$

$$I_S = -10.2\ A$$

Question 15

如下圖電路所示，$V_1 = 30\sin t$ V 、$V_2 = 40\cos(t-60^\circ)$ V ，試求10Ω電阻所消耗之功率。



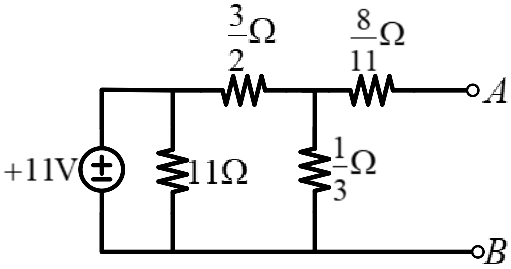
Sol:

$$V_1 + V_2 = 30\angle 0^\circ + 40\angle 30^\circ$$
$$=(30+20\sqrt{3}) + j20$$

$$P_{10\Omega} = \frac{1}{2}\left(\frac{\left(\sqrt{(30+20\sqrt{3})^2+20^2}\right)^2}{10}\right)$$
$$=125+60\sqrt{3}$$
$$=228.9 \text{ W}$$

Question 16

如下圖電路所示，求解 A、B 端點看入之戴維寧等效電壓及等效電阻。



Sol:

$$V_{TH} = 11 \cdot \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{2}+\frac{1}{3}} = 2V$$

$$R_{TH} = (\frac{3}{2} \parallel \frac{1}{3}) + \frac{8}{11} = \frac{3}{11} + \frac{8}{11} = 1\,\Omega$$