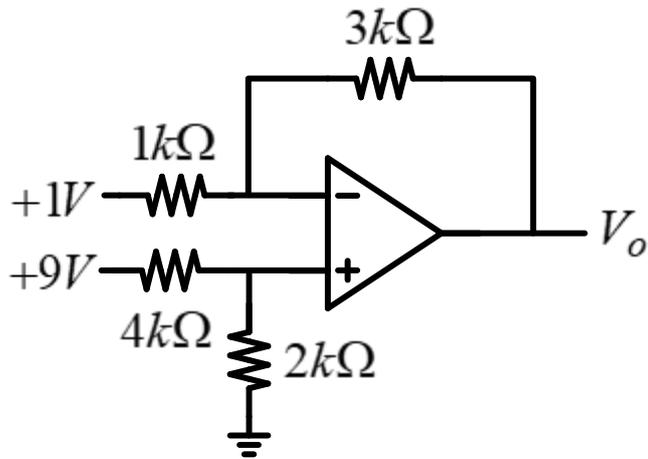


## OPA 試題範例及解答路

### Question 1

試求出下圖理想 OP-Amp 電路中之  $V_o$ 。



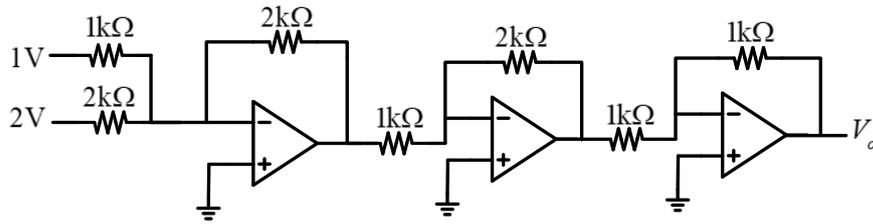
Sol:

$$9 \cdot \frac{2k}{4k + 2k} = 3V$$

$$\Rightarrow V_o = (3 - 1) \cdot \frac{3k}{1k} + 3 = 9V$$

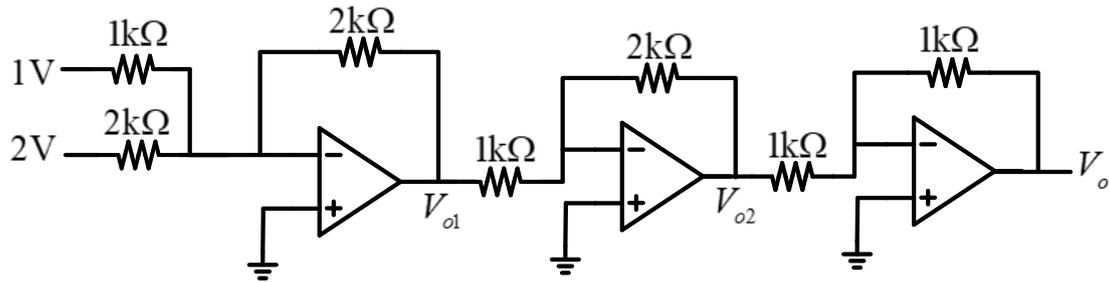
## Question 2

試求下圖理想 OP-Amp 電路之輸出電壓  $V_o$ 。



**Sol:**

依下圖所示:



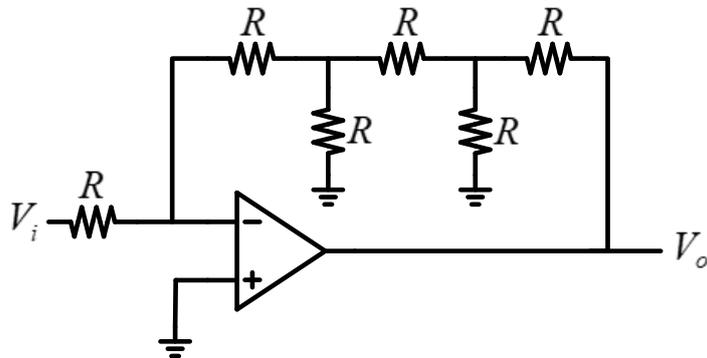
$$V_{o1} = -\frac{2k}{1k} \cdot 1 + \left(-\frac{2k}{2k}\right) \cdot 2 = -2 - 2 = -4$$

$$V_{o2} = -\frac{2k}{1k} \cdot V_{o1} = -2 \cdot (-4) = 8V$$

$$V_{o3} = -\frac{1k}{1k} \cdot V_{o2} = -8V$$

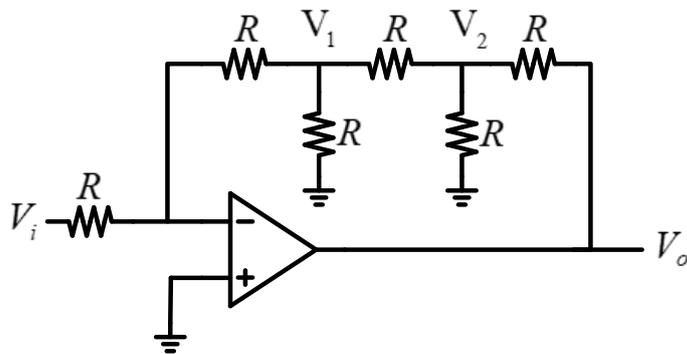
### Question 3

試求下圖理想 OP-Amp 電路之  $\frac{V_o}{V_i}$ 。



Sol:

如下圖所示:



利用節點電壓法:

$$\frac{V_i}{R} = \frac{-V_1}{R} \Rightarrow V_i = V_1$$

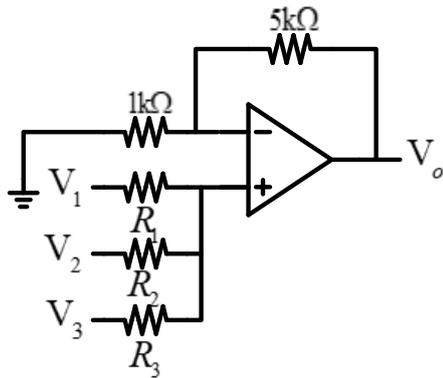
$$\frac{V_1}{R} + \frac{V_1}{R} + \frac{V_1 - V_2}{R} = 0 \Rightarrow 3V_1 = V_2$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R} + \frac{V_2}{R} + \frac{V_2 - V_o}{R} = 0 \Rightarrow 3V_2 - V_1 = V_o$$

$$\Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = -8$$

#### Question 4

試設計下圖之  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  使  $V_o = V_1 + 2V_2 + 3V_3$ ，且其中最小電阻為  $1k\Omega$ 。



Sol:

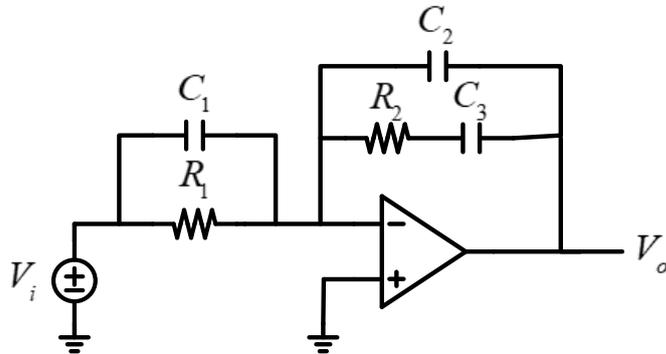
$$V_o = V_1 + 2V_2 + 3V_3 = 6 \cdot \left( \frac{1}{6}V_1 + \frac{2}{6}V_2 + \frac{3}{6}V_3 \right)$$

$$\Rightarrow R_1 : R_2 : R_3 = 6 : 3 : 2$$

$$\Rightarrow R_1 = 3k\Omega, R_2 = 1.5k\Omega, R_3 = 1k\Omega$$

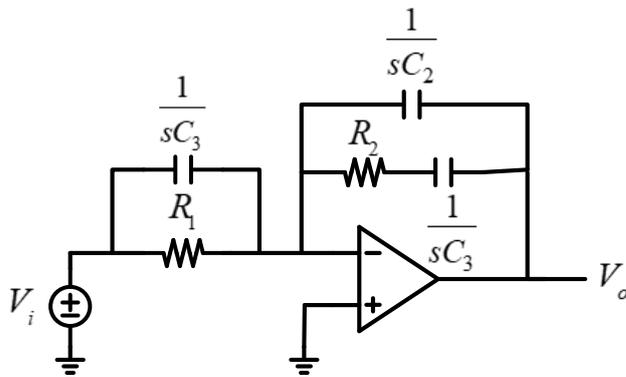
### Question 5

試求下圖 OP-Amp 電路之轉移函數  $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ 。



Sol:

將電路轉為 s-domain



由 KCL 可得：

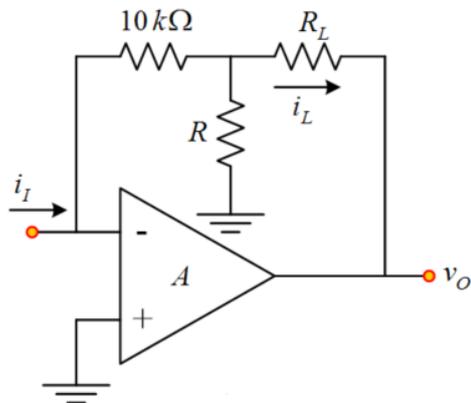
$$\frac{V_i(s)}{R_1 \parallel \frac{1}{sC_1}} + \frac{V_o(s)}{\frac{1}{sC_2} \parallel (\frac{1}{sC_3} + R_2)} = 0$$

則其轉移函數如下：

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{\frac{1}{sC_2} \parallel (\frac{1}{sC_3} + R_2)}{R_1 \parallel \frac{1}{sC_1}} = -\frac{(sR_2C_3 + 1)(sR_1C_1 + 1)}{[s^2R_2C_2C_3 + s(C_2 + C_3)]R_1}$$

### Question 6

圖6中之理想OP-Amp電路，若其電流增益  $i_L/i_I = 20 A/A$ ，試求解電阻元件  $R$  值。



**Sol:**

Step 1.

由於此為理想 OP-Amp 元件： $v_- = v_+ = 0$

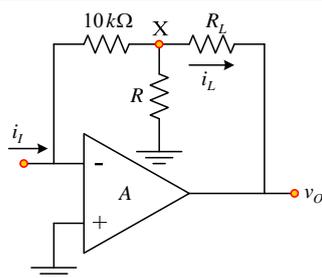
由題目已知條件  $\frac{i_L}{i_I} = 20 A/A$  可知， $i_L = 20i_I$ 。

Step 2.

節點 X 之歐姆定律可知： $v_X = R \times (i_I - i_L)$  &  $v_X = v_- - i_I \times (10 \times 10^3)$ 、

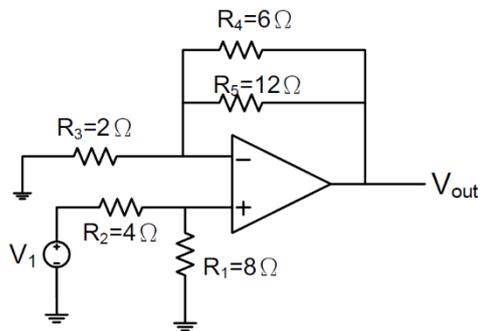
$$R \times (i_I - i_L) = v_- - i_I \times (10 \times 10^3) \Rightarrow R \times (i_I - 20i_I) = -i_I \times (10 \times 10^3)$$

$$R = \frac{10000 \times i_I}{19 \times i_I} = 526.32 \Omega$$



### Question 7

試求解下列 OP-Amp 電路中之  $V_{out}$ ，請以  $V_1$  表示。



**Sol:**

$$\begin{aligned} V_{out} &= V_1 \times \frac{8}{8 + 4} \times \left(1 + \frac{6 \parallel 12}{2}\right) \\ \Rightarrow V_{out} &= V_1 \times \frac{2}{3} \times \left(1 + \frac{4}{2}\right) \\ V_{out} &= 2V_1 \end{aligned}$$

### Question 8

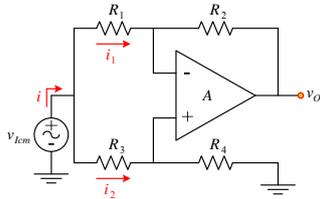
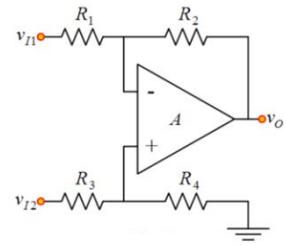
圖 8 中之理想 OP-Amp 電路，其中  $R_1=R_2=R_3=R$ ;  $R_4=3R$  :

a) 試以此電路解釋何為共模輸入電路及差模輸入電路；

b) 試求解共模輸入阻抗  $R_{Icm}$  及差模輸入電阻  $R_{Id}$  。

**Sol:**

在共模輸入模式下，原電路圖可重繪如下：



由無電流入非反相輸入端及歐姆定律可知， $v_- = v_+ = v_{Icm} \times \frac{R_4}{R_3 + R_4}$

由歐姆定律可知， $i_1 = \frac{v_{Icm} - v_-}{R_1}$  &  $i_2 = \frac{v_{Icm} - v_+}{R_3}$

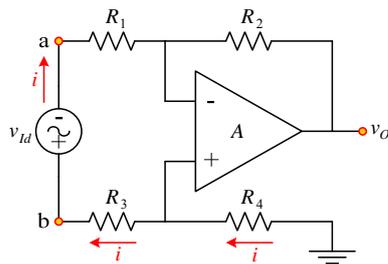
$$i_1 = v_{Icm} \times \frac{R_3}{R_1(R_3 + R_4)} \quad \& \quad i_2 = v_{Icm} \times \frac{1}{R_3 + R_4}$$

由 KCL 定律可知，

$$i = i_1 + i_2 = v_{Icm} \times \frac{R_3}{R_1(R_3 + R_4)} + v_{Icm} \times \frac{1}{R_3 + R_4} = v_{Icm} \times \frac{R_1 + R_3}{R_1(R_3 + R_4)}$$

$$\text{輸入電阻 } R_{Icm} = \frac{v_{Icm}}{i} = \frac{R_1(R_3 + R_4)}{R_1 + R_3} = 2R$$

在差模輸入模式下，原電路圖可重繪如下：



由無電流入非反相輸入端及歐姆定律可知， $v_- = v_+ = 0 - iR_4 = -iR_4$

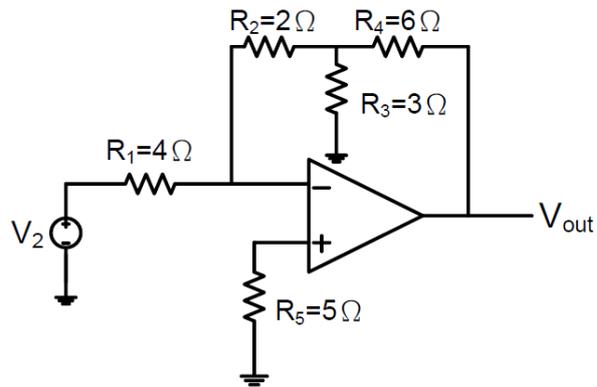
由歐姆定律可知， $v_b = v_+ - iR_3 = -i(R_3 + R_4)$  &  $v_a = v_- + iR_1 = i(R_1 - R_4)$

因此可知  $v_{Id} = v_b - v_a = -i(R_1 + R_3)$

$$\text{輸入電阻 } R_{Id} = \frac{|v_{Id}|}{i} = \frac{i(R_1 + R_3)}{i} = 2R$$

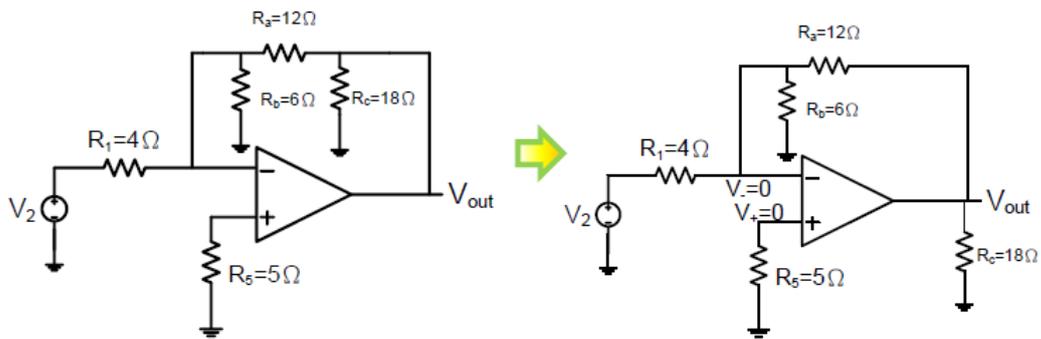
### Question 9

試求解下列 OP-Amp 電路中之  $V_{out}$ ，請以  $V_2$  表示。



**Sol:**

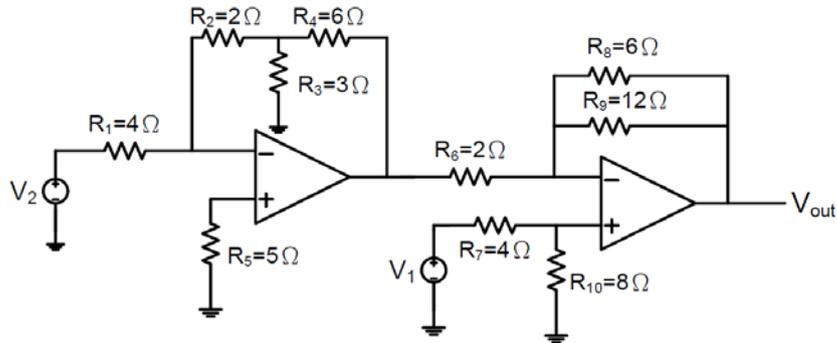
先將  $R_2, R_3, R_4$  由 Y 接化為  $\Delta$  接，如下圖所示：



$$V_{out} = V_2 \times \left(-\frac{R_a}{R_1}\right) = V_2 \times \left(-\frac{12}{4}\right) = -3V_2$$

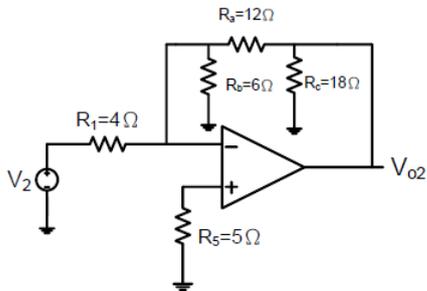
### Question 10

試求解下列 OP-Amp 電路中之  $V_{out}$ ，請以  $V_1$  及  $V_2$  表示。



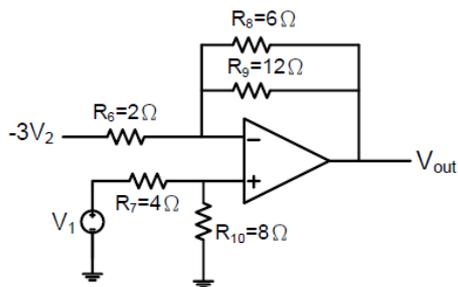
**Sol:**

首先求出  $V_{O2}$ ，如下圖所示：



$$V_{O2} = V_2 \times \left(-\frac{R_a}{R_1}\right) = V_2 \times \left(-\frac{12}{4}\right) = -3V_2$$

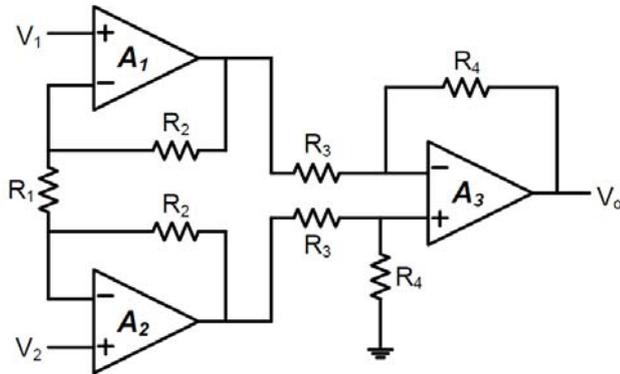
接著求出  $V_{out}$ ，如下圖所示：



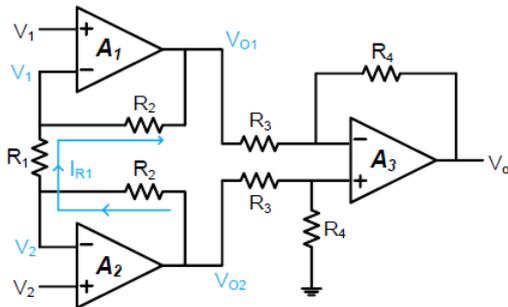
$$\begin{aligned} V_{out} &= -3V_2 \times \left(\frac{6 \parallel 12}{2}\right) + V_1 \times \frac{8}{8+4} \times \left(1 + \frac{6 \parallel 12}{2}\right) \\ \Rightarrow V_{out} &= -3V_2 \times (-1) + V_1 \times \frac{8}{12} \times \left(1 + \frac{4}{2}\right) \\ \Rightarrow V_{out} &= 6V_2 + 2V_1 \end{aligned}$$

### Question 11

下列理想 OP-Amp 電路， $R_1=10k\Omega$ 、 $R_2=50k\Omega$ 、 $R_3=20k\Omega$  及  $R_4=30k\Omega$ ，且  $V_2>V_1$ ，試求解  $V_o$ ，請以  $V_1$  及  $V_2$  表示。



**Sol:**



$$I_{R1} = (V_2 - V_1)/R_1$$

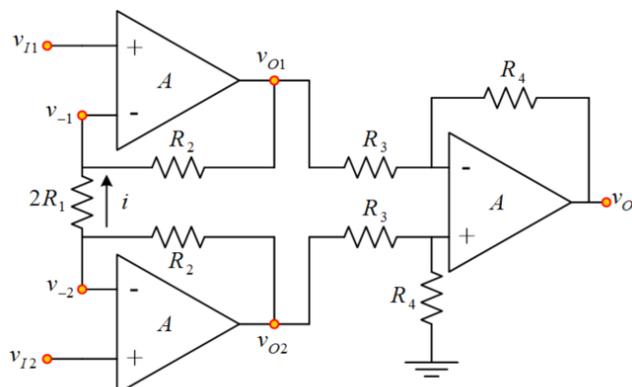
$$V_{O1} = V_1 - I_{R1} \times R_2 = V_1 - (V_2 - V_1) \frac{R_2}{R_1} = 6V_1 - 5V_2$$

$$V_{O2} = I_{R1} \times R_2 = V_2 - (V_2 - V_1) \frac{R_2}{R_1} = 6V_2 - 5V_1$$

$$\Rightarrow V_o = (V_{O2} - V_{O1}) \times \frac{R_4}{R_3} = \frac{33}{2} (V_2 - V_1)$$

## Question 12

圖 12 中之儀器放大電路，若 OP-Amp 為理想元件，且電阻元件  $R_1=0.5k\Omega$ 、 $R_2=0.5M\Omega$  及  $R_3=R_4=10k\Omega$ 。當共模輸入  $v_{Icm}=5V$ 、差模輸入  $v_{Id}=10mV$  時，試求解電路中的物理量  $i$ 、 $v_{I1}$ 、 $v_{I2}$ 、 $v_{-1}$ 、 $v_{-2}$ 、 $v_{O1}$ 、 $v_{O2}$  和  $v_O$ 。



**Sol:**

STEP1:

$$\text{共模輸入: } v_{Icm} = \frac{1}{2}(v_{I1} + v_{I2}) = 5V$$

$$\text{差模輸入: } v_{Id} = v_{I2} - v_{I1} = 10mV$$

$$\text{解聯立可得 } v_{I1} = 4.995V, v_{I2} = 5.005V$$

由理想 OP-Amp 元件  $v_- = v_+$ 、

反相輸入端與非反相輸入端無

電流流入可得知

$$v_{-1} = v_{I1} = 4.995V,$$

$$v_{-2} = v_{I2} = 5.005V$$

STEP2:

流通電阻元件  $2R_1$  的電流

$$i = \frac{v_{-2} - v_{-1}}{2R_1} = 10\mu A$$

根據歐姆定律

$$v_{O1} = v_{-1} - iR_2 = -0.005V$$

$$v_{O2} = v_{-2} + iR_2 = 10.005V$$

STEP3:

由理想 OP-Amp 元件  $v_- = v_+$ 、

反相輸入端與非反相輸入端無

電流流入可得知

$$v_- = v_+ = v_{O2} \times \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

BY KCL

$$\frac{v_- - v_{O1}}{R_3} + \frac{v_- - v_O}{R_4} = 0$$

解題過程:

整理可得

$$v_O = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \times v_- - \frac{R_4}{R_3} \times v_{O1} = \mathbf{10.01V}$$

### Question 13

試求解下列理想 OP-Amp 電路中所標示之電壓、電流物理量， $v_I$ 、 $v_O$ 、 $i_1$ 、 $i_2$ 及 $i_O$ ，其中 $v_I=1V$ 。

**Sol:**

Step1.

理想 OP-Amp 元件：

$$V_- = V_+ = 0$$

Step2.

由歐姆定律可知：

$$i_1 = \frac{V_I - V_-}{1 \times 10^3} = \frac{1 - 0}{1 \times 10^3} = 1mA$$

由 KCL 定律可知：

$$I_2 = i_1 = 1mA$$

由 KVL 定律可知：

$$V_o = V_- - i_2 \times 10 \times 10^3 = 0 - (1 \times 10^{-3}) \times (10 \times 10^3) = -10V$$

此結果符合課程講義內容中之 OP-Amp 反相放大增益公式：

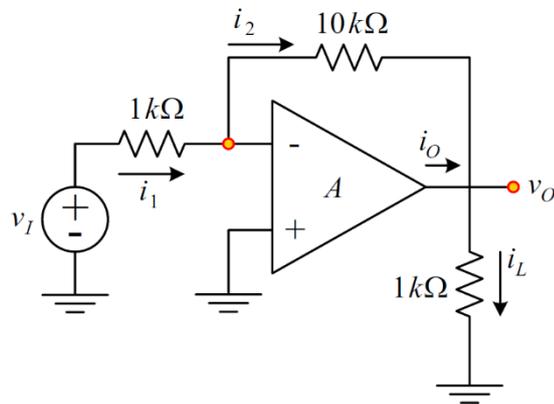
$$\frac{V_o}{V_I} = -\frac{(10 \times 10^3)}{1 \times 10^3} = -10$$

由歐姆定律可知：

$$i_L = \frac{V_o - 0}{1 \times 10^3} = -10mA$$

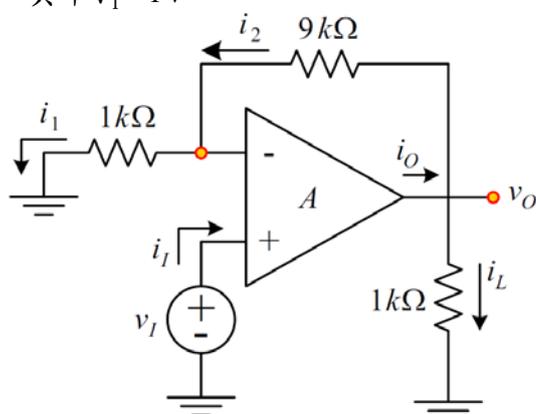
由輸出端 KCL 定律可知

$$i_O + i_2 = i_L \Rightarrow i_O = i_L - i_2 = -11mA$$



### Question 14

試求解下列理想 OP-Amp 電路中所標示之電壓、電流物理量， $v_I$ 、 $v_O$ 、 $i_1$ 、 $i_2$  及  $i_O$ ，其中  $v_I = 1V$ 。



**Sol:**

Step1.

理想 OP-Amp 元件：

$$V_- = V_+ = v_I = 1V$$

且輸入端接無電流流入，因此  $i_I = 0$

Step2.

由歐姆定律可知

$$i_1 = \frac{V_- - 0}{1 \times 10^3} = \frac{(1 - 0)}{1 \times 10^3} = 1mA$$

由於理想 OP-Amp 元件其輸入端無電流流入，

$$i_2 = i_1 = 1mA$$

由歐姆定律可知，

$$v_o = V_- + i_2 \times 9 \times 10^3 = 1 + (1 \times 10^{-3}) \times (9 \times 10^3) = 10V$$

此結果符合課程講義內容之 OP-Amp 正向放大增益公式：

$$\frac{V_o}{V_I} = -\frac{(1 \times 10^3) + (9 \times 10^3)}{1 \times 10^3} = 10$$

由歐姆定律可知，

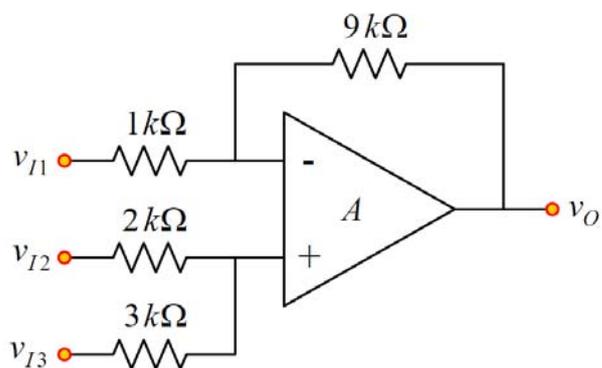
$$i_L = \frac{V_o - 0}{1 \times 10^3} = \frac{10 - 0}{1 \times 10^3} = 10mA$$

由輸出端 KCL 定律可知

$$i_o = i_2 + i_L = 11mA$$

### Question 15

下列理想 OP-Amp 電路中，試以輸入電壓  $v_{I1}$ 、 $v_{I2}$  和  $v_{I3}$  表示 OP-Amp 之輸出電壓  $v_O$ 。



**Sol:**

Step1.

理想 OP-Amp 元件：

$$V_- = V_+$$

Step2.

由非反相輸入端 KCL 定律可知，

$$\begin{aligned} \frac{v_+ - v_{I2}}{2 \times 10^3} + \frac{v_+ - v_{I3}}{3 \times 10^3} &= 0 \\ \Rightarrow v_+ &= \frac{3}{5}v_{I2} + \frac{2}{5}v_{I3} = v_- \end{aligned}$$

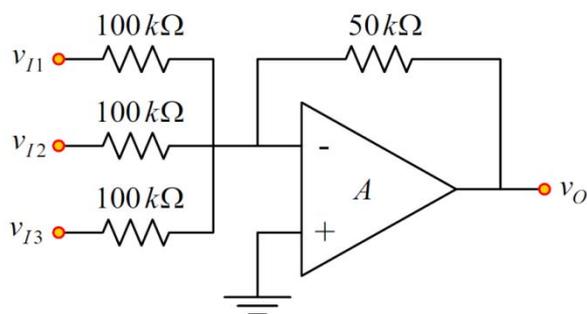
Step3.

由反向輸入端之 KCL 定律可知

$$\begin{aligned} \frac{(v_- - v_{I1})}{1 \times 10^3} + \frac{v_- - v_O}{9 \times 10^3} &= 0 \\ 10v_- - 9v_{I1} &= v_O \\ v_O &= -9v_{I1} + 10 \times \left( \frac{3}{5}v_{I2} + \frac{2}{5}v_{I3} \right) = -9v_{I1} + 6v_{I2} + 4v_{I3} \end{aligned}$$

### Question 16

下列理想 OP-Amp 電路中，試以輸入電壓  $v_{I1}$ 、 $v_{I2}$ 和 $v_{I3}$ 表示 OP-Amp之輸出電壓 $v_O$ 。



**Sol:**

Step1.

理想 OP-Amp 元件：

$$v_- = v_+ = 0$$

Step2.

由反向輸入端之 KCL 定律可知

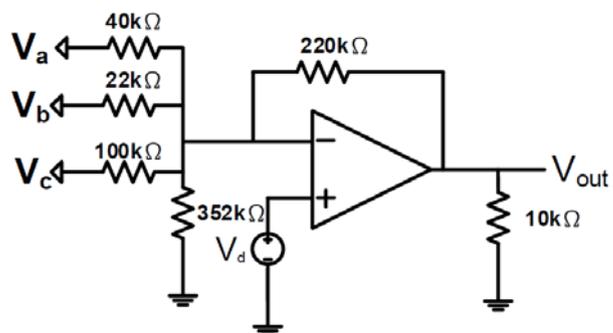
$$\begin{aligned} \frac{v_- - v_{I1}}{100 \times 10^3} + \frac{v_- - v_{I2}}{100 \times 10^3} + \frac{v_- - v_{I3}}{100 \times 10^3} + \frac{v_- - v_O}{50 \times 10^3} &= 0 \\ \Rightarrow \frac{-v_{I1}}{100 \times 10^3} + \frac{-v_{I2}}{100 \times 10^3} + \frac{-v_{I3}}{100 \times 10^3} + \frac{-v_O}{50 \times 10^3} &= 0 \end{aligned}$$

整理上式以輸入電壓  $v_{I1}$ 、 $v_{I2}$  和  $v_{I3}$  表示輸出電壓  $v_O$ ，

$$v_O = -0.5v_{I1} - 0.5v_{I2} - 0.5v_{I3}$$

### Question 17

下列理想 OP-Amp 電路中，輸入電壓  $V_a=4V$ 、 $V_b=9V$ 、 $V_c=13V$  及  $V_d=8V$ ，試求 OP-Amp 之輸出電壓  $V_o$ 。

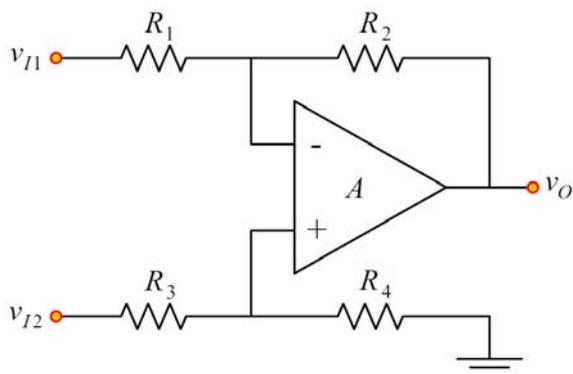


**Sol:**

$$\begin{aligned} V_{out} &= V_a \times \left(-\frac{220k}{40k}\right) + V_b \times \left(-\frac{220k}{22k}\right) + V_c \times \left(-\frac{220k}{100k}\right) + \\ &\quad V_d \times \left(1 + \frac{220k}{(40k||22k||100k||352k)}\right) \\ \Rightarrow V_{out} &= -22 - 90 - 28.6 + 154.6 \cong 14V \end{aligned}$$

### Question 18

下列理想 OP-Amp 電路中，其中  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ ，試以輸入訊號  $v_{I1}$ 、 $v_{I2}$  表示輸出訊號  $v_O$ 。



Step1.

理想 OP-Amp 元件：

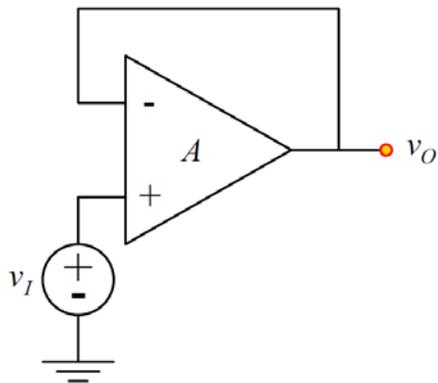
$$v_- = v_+$$
$$v_- = v_+ = v_{I2} \times \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 0.5v_{I2}$$

由 KCL 定律可知，

$$\frac{v_- - v_{I1}}{R_1} + \frac{v_- - v_O}{R_2} = 0$$
$$v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \times v_- - R_2/R_1 \times v_{I1}$$
$$v_O = 2v_- - v_{I1} \Rightarrow v_O = 2 \times 0.5v_{I2} - v_{I1} = v_{I2} - v_{I1}$$

### Question 19

下列理想 OP-Amp 元件所構成電壓隨耦器電路中，試求解其等效輸入阻抗  $R_{in}$  及輸出阻抗  $R_{out}$ 。



**Sol :**

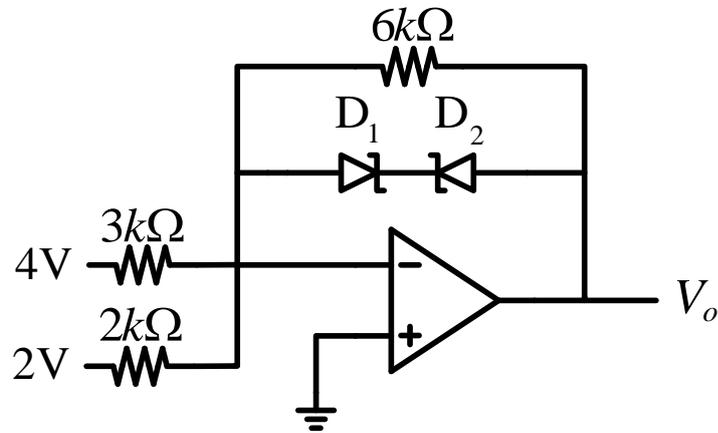
理想 OP-Amp 元件， $v_- = v_+$ 、反相輸入端及非反相輸入端無電流流入。

由於非反相輸入端無電流流入，因此  $R_{in} = \infty$

由理想 OP-Amp 元件之  $v_- = v_+$  條件可知，輸出端電壓  $v_O = v_- = v_+ = v_I$ ，相當於輸出端連接一電壓源，因此輸出電阻  $R_O = 0$

### Question 20

下圖理想 OP-Amp 電路之  $D_1$ 、 $D_2$  為稽納二極體，其中導通電壓  $V_{D1} = 0.7V$ 、 $V_{D2} = 0.6V$ ，逆向崩潰電壓  $V_{Z1} = 6V$ 、 $V_{Z2} = 6V$ ，求輸出電壓  $V_o$ 。



**Sol:**

由 KCL 可得：
$$\frac{4-0}{3k} + \frac{2-0}{2k} + \frac{V_o-0}{6k} = 0$$

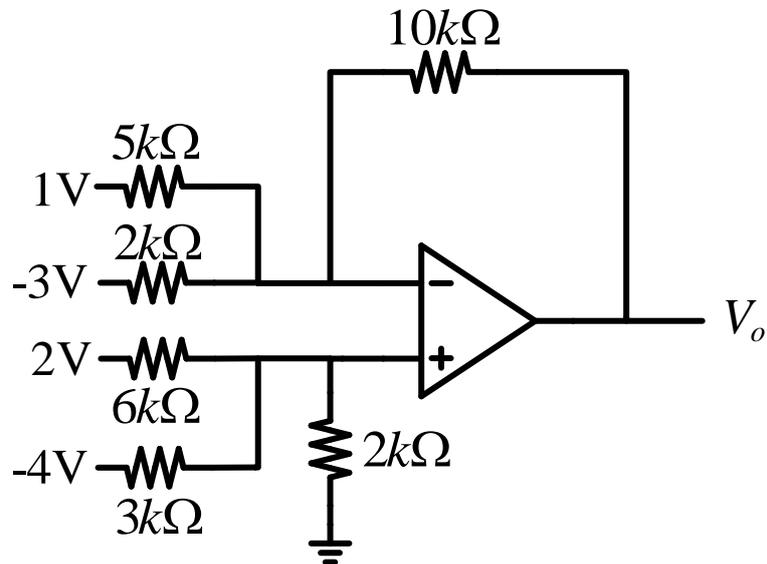
求得  $V_o = -14V$

此時  $D_1$  順向導通、 $D_2$  逆向崩潰

$\therefore V_o = -0.7 - 6 = -6.7V$

### Question 21

試求下圖理想 OP-Amp 電路之輸出電壓  $V_o$ 。



Sol:

由 KCL 可得:  $\frac{V_+ - 2}{6k} + \frac{V_+ + 4}{3k} + \frac{V_+}{2k} = 0$

求得  $V_+ = -1V$

因此電路為負回授，故  $V_- = V_+ = -1V$

再由 KCL 可得:  $\frac{-1 - 1}{5k} + \frac{-1 + 3}{2k} + \frac{-1 - V_o}{10k} = 0$

求得  $V_o = 5V$