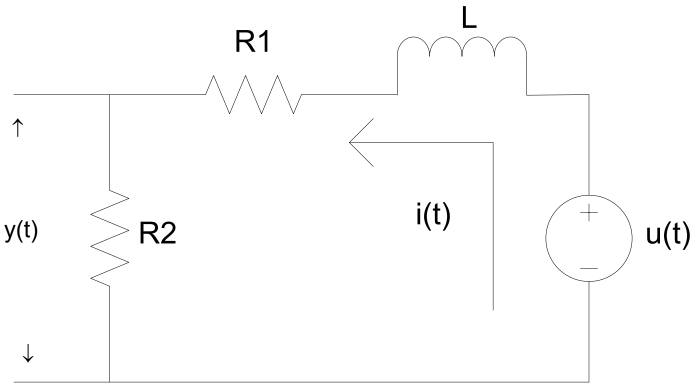
1.試求下圖電路中輸入 *u*(t)至輸出 *y*(t)之轉移函數。



Solution：

克希何夫法:

由題目的圖示，可知克希何夫電壓迴路方程式為：

$$\left(\mathrm{R}_1+R_2\right)\times i\left(t\right)+L\frac{di(\mathrm{t})}{dt}=u\left(t\right)$$

及 $i\left(t\right)=\frac{1}{R_1+R_2}\left[u(t)-L\frac{di(\mathrm{t})}{dt}\right]$

令輸出電壓為 $\mathrm{y}\left(\mathrm{t}\right)=R_2\times i\left(t\right)$

可得

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{1}{R_1+R_2}\left[R_2u(t)-L\frac{dy}{dt}\right] \\ &= \frac{1}{R_1+R_2}\left[R_2u(t)-L\frac{dy}{dt}\right] \end{aligned}$$

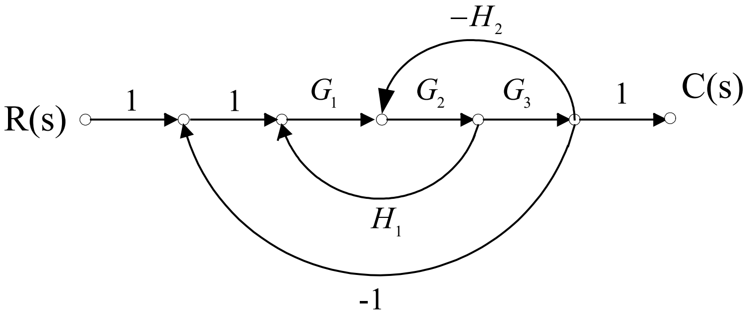
令初始條件為零，由上式可得拉式轉換等式為：

$$\mathrm{L}\times sY\left(\mathrm{s}\right)+\left(R_1+R_2\right)Y\left(\mathrm{s}\right)=R_2\times U\left(s\right)$$

因此輸入 u 至輸出 y 之轉移函數為：

$$\mathrm{G}\left(\mathrm{s}\right)=\frac{Y\left(\mathrm{s}\right)}{U\left(s\right)}=\frac{R_2}{Ls+(R_1+R_2)}=\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1}{\frac{L}{R_1+R_2}s+1}$$

2. **一控制系統之訊號流程圖如下所示，試用梅森法求** $\frac{C(s)}{R(s)}$ **之表示式。**



Solution：

由訊號流程圖可知，

迴路增益：$L_1 = G_1G_2H_1$，$L_2 = -G_2G_3H_2$，$L_3 = -G_1G_2G_3$

所有迴路均彼此有接觸，因此無兩個以上未接觸的迴路增益乘積。

可得

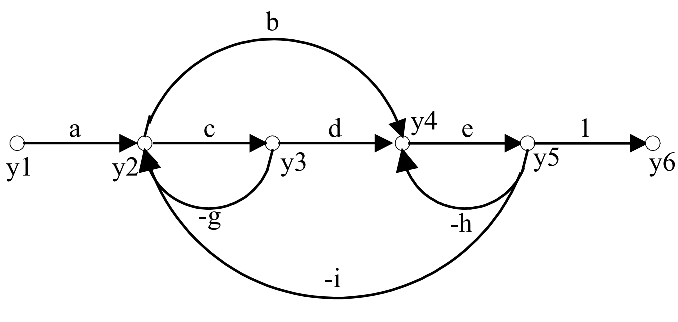
$\Delta = 1 - G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2 + G_1G_2G_3$

與前進路徑增益 $M = G_1G_2G_3$ 及其相對應的 $\Delta_M = 1$

根據梅森增益公式，可求得轉移函數：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\mathrm{M}}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3}{1 - G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2 + G_1G_2G_3}$$

3. **下列訊號流程圖中，試用梅森法分別求解** $\frac{y_5}{y_1}$ **、** $\frac{y_2}{y_1}$ **和** $\frac{y_5}{y_2}$ **等各增益關係表示式。**



Sol.
由訊號流程圖可知，
迴路增益，L_1和 L_2沒有接觸：

$$L_1=-cg \quad L_2=-eh \quad L_3=-cdei \quad L_4=-bei \quad L_1L_2=cgeh$$

可得

$$\Delta=1+cg+eh+cdei+bei+cegh$$

y_1到 y_5的前進路徑增益為:

$$acde+abe$$

因此 y_1與 y_5的轉移函數為:

$$\frac{y_5}{y_1}=\frac{acde+abe}{1+cg+eh+cdei+bei+cegh}$$

y_1到 y_2的前進路徑增益為:

$$a(1+eh)$$

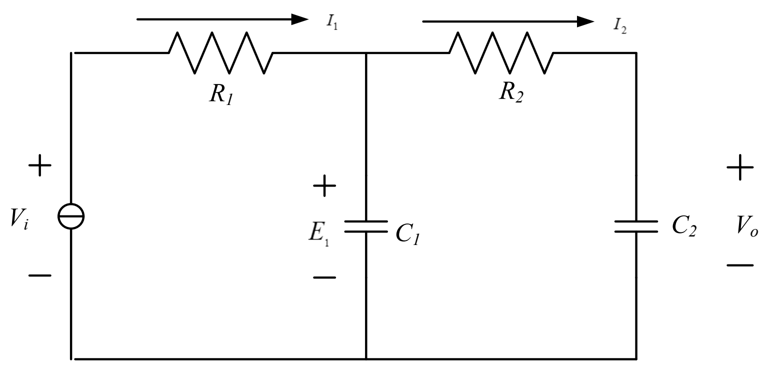
因此 y_1與 y_2的轉移函數為:

$$\frac{y_2}{y_1}=\frac{a(1+eh)}{1+cg+eh+cdei+bei+cegh}$$

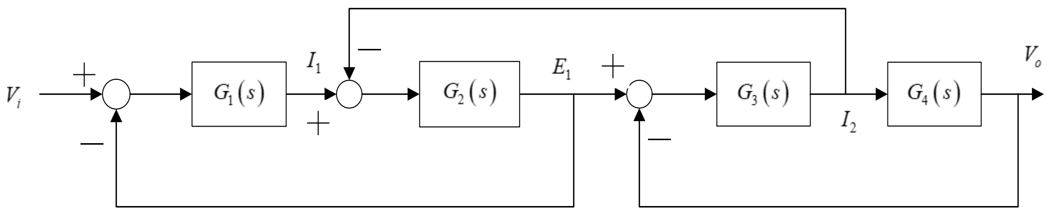
因此 y_2與 y_5的轉移函數為:

$$\frac{y_5}{y_2}=\frac{\frac{y_5}{y_1}}{\frac{y_2}{y_1}}=\frac{cde+be}{1+eh}$$

4. **若將圖(a)中之電路圖以系統方塊圖表示如圖(b)所示，試求**$G_1(s)$、$G_2(s)$、$G_3(s)$**及**$G_4(s)$。



圖(a)



圖(b)

Sol.

由電路圖可知:

$$V_i - E_1 = I_1 R_1 \text{ 及} (I_1 - I_2) \times \frac{1}{sC_1} = E_1$$

再由 $(E_1 - V_o) \times \frac{1}{R_2} = I_2$ 及 $I_2 \times \frac{1}{sC_2} = V_o$

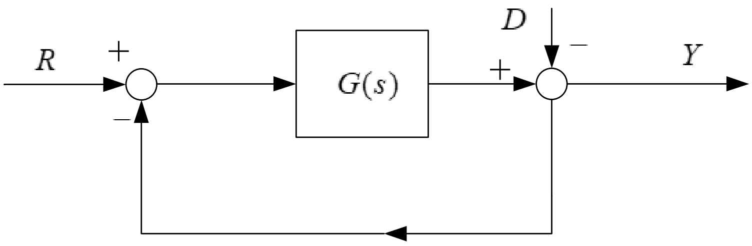
比較電路圖及方塊圖後，分別可得:

$$G_1(s) = \frac{1}{R_1},\ G_2(s) = \frac{1}{sC_1},\ G_3(s) = \frac{1}{R_2},\ G_4(s) = \frac{1}{sC_2}$$

5.考慮下圖之單位迴授控制方塊圖，其閉迴路輸出可表示為 $Y = T(s)R - S(s)D$ **，試推導**

(1) $S(s) = ?$

(2) $S(s) + T(s) = ?$



Sol.

(1)

$$Let\ D = 0 \Rightarrow Y = \frac{G(s)}{1+G(s)} R$$

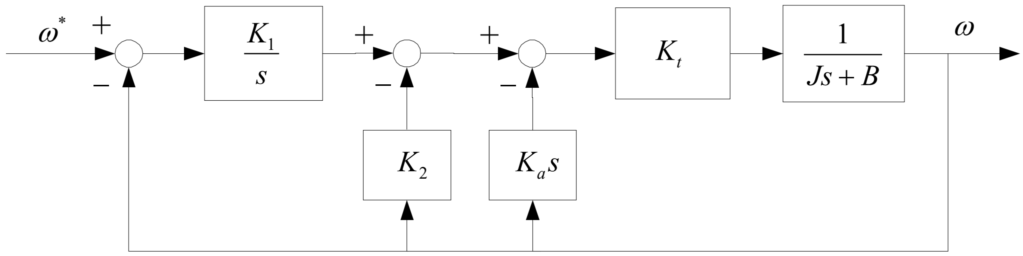
$$Let\ R = 0 \Rightarrow Y = \frac{-1}{1+G(s)} D$$

$$\Rightarrow Y = \frac{G(s)}{1+G(s)} R - \frac{1}{1+G(s)} D$$

比較得知 $T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}$ & $S(s) = \frac{1}{1+G(s)}$

(2) $S(s)+T(s)=1$

6. 針對下圖所示的控制系統，試說明加速度回授項的目的，並推導 $\dfrac{\omega}{\omega^*}$ 的轉移函數？



Sol.

加速度迴授項的目的在於改變系統等效慣量，可減少外擾對系統響應的影響

$$\frac{\omega}{\omega^*}=\frac{\dfrac{K_1K_t}{s(Js+B)}}{1+\dfrac{K_1K_t}{s(Js+B)}+\dfrac{K_tK_a s}{Js+B}+\dfrac{K_tK_2}{Js+B}}=\frac{K_1K_t}{(J+K_tK_a)s^2+(B+K_tK_2)s+K_1K_t}$$

7. 假設一線性系統的關係表示為 $y=S(x)$，其中 y 和 x 分別為輸出及輸入。試說明線性系統需具備的條件，並判斷 $y=ax+b$ 是否為線性系統。

Sol. 假設 $y_1=S(x_1)$, $y_2=S(x_2)$

令 $x=\alpha_1x_1+\alpha_2x_2$, 可得 $y=S(x)=S(\alpha_1x_1+\alpha_2x_2)$

如果 $y=\alpha_1S(x_1)+\alpha_2S(x_2)$ ，則符合 $S(\alpha_1x_1+\alpha_2x_2)=\alpha_1S(x_1)+\alpha_2S(x_2)$

此為線性系統

針對 $y=ax+b$ ：

可知 $y_1=S(x_1)=ax_1+b$, $y_2=S(x_2)=ax_2+b$

因為， $y=S(x_1+x_2)=a(x_1+x_2)+b$ ，而 $S(x_1)+S(x_2)=a(x_1+x_2)+2b$ ，

可得知 $S(x_1+x_2)\neq S(x_1)+S(x_2)$

該系統不為線性

8. 考慮兩個控制系統轉移函數分別為 $G_1(s)=\dfrac{1}{s+1}$ 和 $G_2(s)=\dfrac{1}{s+2}$ ，試回答

(1) 何者有較快的暫態響應?為什麼?

(2) 何者有較大的頻寬? 為什麼 ?

(3) 何者有較小的過越現象? 為什麼?

Sol.

(1) $G_1(\mathrm{s}) = \dfrac{1}{s+1} \quad \dfrac{\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{T}} \Rightarrow T = 1\sec$ 、 $G_2(\mathrm{s}) = \dfrac{1}{s+2} \quad \dfrac{k\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{T}} \Rightarrow T = 0.5\sec$

可知系統 $G_2(\mathrm{s})$ 響應較快，因為其時間常數較短。

(2) $G_1(\mathrm{s})$ 的頻寬 $1 \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \left|\dfrac{1}{j\omega+1}\right| \Rightarrow \omega = 1\, {}^{rad}\!/_{\sec}$

$G_2(\mathrm{s})$ 的頻寬 $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \left|\dfrac{1}{j\omega+2}\right| \Rightarrow \omega = 2\, {}^{rad}\!/_{\sec}$

可知系統 $G_2(\mathrm{s})$ 有較大的頻寬。

(4) 兩系統皆為一階，故皆無超越量。

9. 針對下圖所示的方塊圖

（1）試求圖 1(a)的等效 G(s)和 H(s)

（2）試求系統轉移函數 T(s)=Y(s)/R(s)

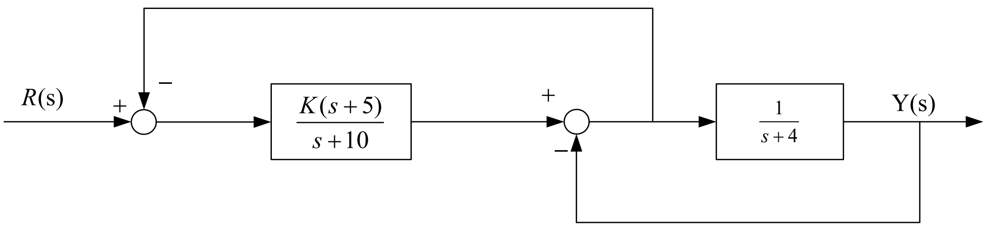
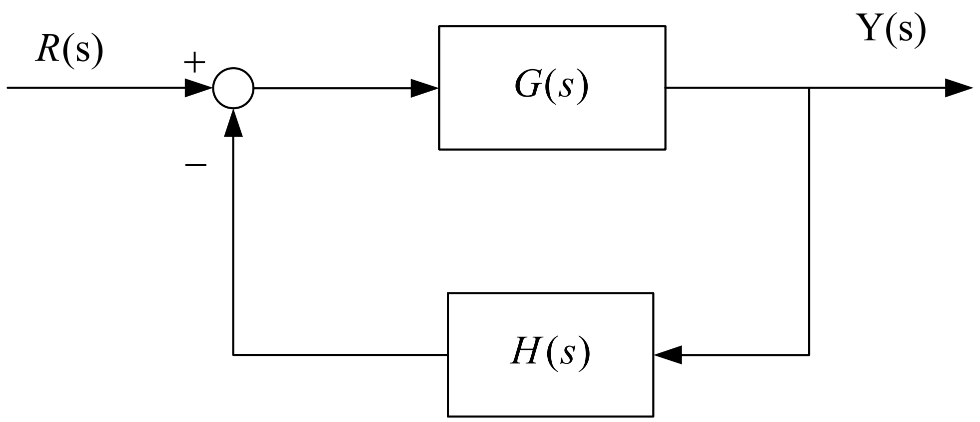


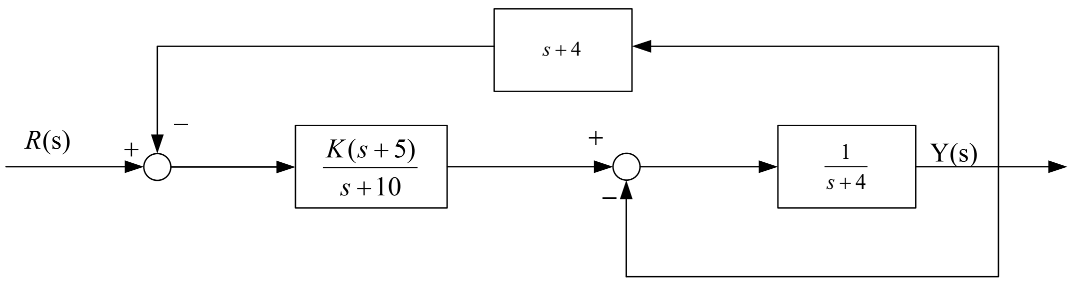
圖 1(a)



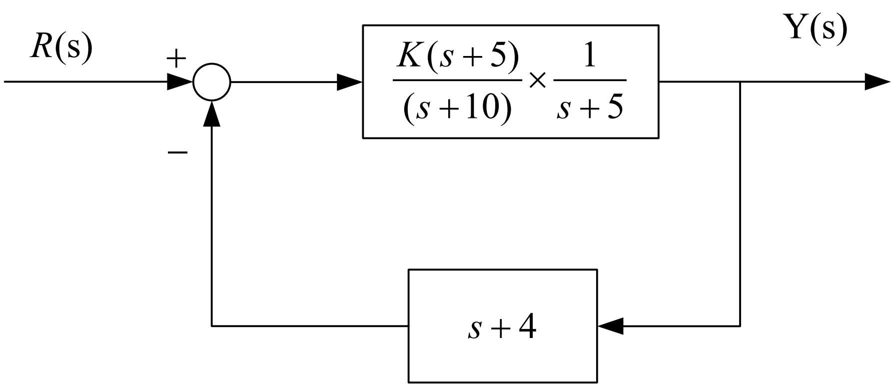
Sol.

(1) 重新繪製方塊圖

圖 1(b)



再將右下角之迴路先用迴路公式化簡，與$\frac{K(s+5)}{s+10}$方塊串聯，可得



因此$G(s)=\frac{K}{s+10}\times\frac{(s+5)}{(s+5)}$， $H(s)=(s+4)$

(2)轉移函數為

$$T(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{K(s+5)}{[(s+10)+K(s+4)](s+5)}=\frac{K(s+5)}{[(1+K)s+(10+4K)](s+5)}$$